

Ecuaciones altura-diámetro para *Ziziphus mistol*, Griseb. en Santiago del Estero, Argentina

Height-diameter equations to Ziziphus mistol Griseb. in Santiago del Estero, Argentina

M. JUAREZ de GALINDEZ¹; M. G. PECE¹; C. GAILLARD de BENITEZ¹;
J. SANGUEDOLCE²; V. MARIOT³ y R. MAZZUCO⁴

Recibido en junio de 2005; aceptado en noviembre de 2006

RESUMEN

El quebracho blanco (*Aspidosperma quebracho blanco* Schlecht.) y el mistol (*Ziziphus mistol* Griseb.) son las leñosas arbóreas más abundantes del Distrito Chaqueño Occidental. Además de los usos para leña y carbón de esta especie nativa, en la actualidad, cobra importancia la fijación de carbono y en consecuencia su contribución al mejoramiento del ambiente y la conservación del suelo y de la biodiversidad.

La relación entre la altura y el diámetro de los árboles es de gran importancia tanto para las estimaciones de los volúmenes y de la biomasa de los mismos como para la caracterización de la estructura de las masas arbóreas. La altura total (h) y el diámetro a 1,30 m (d) son dos variables correlacionadas entre sí y esas relaciones pueden ser analizadas por modelos matemáticos- estadísticos. Es muy importante considerar la economía que significa medir los diámetros solamente, en lugar de medir las alturas de todos los árboles.

Este trabajo tiene por objetivo ajustar las ecuaciones para predecir la altura total en función del diámetro de árboles de mistol en una zona de Santiago del Estero, República Argentina.

Para ello se utilizó información proveniente de 122 árboles distribuidos en 30 parcelas de monte nativo. La función hiperbólica de Prodan mostró el mejor ajuste.

Palabras clave: altura, diámetro, ecuaciones altura-diámetro, mistol.

ABSTRACT

Quebracho blanco (*Aspidosperma quebracho blanco* Schlecht.) and mistol (*Ziziphus mistol* Griseb.) are the most important woody tree species in the Western Chaco District. Besides the traditional uses these two native species, make a significant contribution to the environment by fixing carbon and protecting soils and biodiversity

The height-diameter relationship is important to determine tree volume and biomass be.

Total height (h) and diameter at 1,30 m (d) are two highly correlated variables that can be modeled by means of mathematical functions. On the other hand, it is worth it considering how practical it is to predict h as a function of d. The objective of this paper was to fit 13 h-d equations for mistol trees in Santiago del Estero, Argentina. Data were obtained from 122 trees from 30 plots.

Prodan's hyperbolic function was selected as the final model.

Keywords: height, diameter, height-diameter equations, mistol

¹ Cátedra de Estadística O.F.

² Cátedra de Álgebra y Geometría Analítica

³ Cátedra de Fotogrametría y Fotointerpretación Forestal

⁴ Cátedra de Aprovechamiento Forestal

Universidad Nacional de Santiago del Estero. Facultad de Ciencias Forestales.

Instituto de Silvicultura y Manejo de Bosques. Santiago del Estero. Argentina. Tel/Fax: (0385) 450-9550.

E-mail: marga@unse.edu.ar

1. INTRODUCCIÓN

Casi toda la provincia de Santiago del Estero en la República Argentina, cuya superficie total es de 150000 Km², forma parte de la región del Chaco Semiárido. El quebracho blanco (*Aspidosperma quebracho blanco* Schlecht.) y el mistol (*Ziziphus mistol* Griseb.), son las leñosas arbóreas de mayor frecuencia del Distrito Chaqueño Occidental (Giménez y Moglia, 2003 a). En la actualidad, además de los usos tradicionales de las especies nativas, cobra importancia la fijación de carbono que las mismas pueden realizar y en consecuencia su contribución al mejoramiento del ambiente. En este sentido los bosques juegan un importante papel no solo como productores de materia prima sino también por su probable reconocimiento como sumideros de carbono (Brown, 2000)

La relación entre la altura y diámetro de los árboles es de gran importancia tanto para las estimaciones de los volúmenes y de la biomasa de los mismos, como para la caracterización de la estructura de las masas arbóreas. Además es de destacar la economía de tiempo que significa medir los diámetros solamente, en lugar de medir las alturas de todos los ejemplares (Costas y Rodríguez, 2003).

Husch *et al.* (1982) opinan que la altura total y el diámetro son dos variables correlacionadas entre sí y que esas relaciones pueden ser expresadas por funciones matemáticas. Prodan *et al.* (1997) presentan varias de esas funciones al igual que Benítez *et al.* (1988), cuando trabaja con álamos. Fang y Bailey (1998) proponen modelos no lineales para describir la relación altura total y diámetro en bosques tropicales del sur de China.

Este trabajo tiene por objetivo encontrar la función que mejor relacione la altura total con el diámetro a 1,30 m del suelo de mistol en La María, una localidad de Santiago del Estero.

2. MATERIAL

Descripción del sitio

La Estación Experimental del INTA situada en La María, provincia de Santiago del Estero, Argentina está ubicada sobre la ruta nacional N°9, 27 km al sur de la ciudad capital de la provincia de Santiago del Estero; 28°05' de latitud sur y 64°15' de longitud oeste. El clima de la provincia, es cálido con temperaturas bastante uniformes cuyas máximas absolutas superan los 45° C. Las precipitaciones que oscilan entre 750 mm en la parte oriental y 500 mm en la parte occidental del territorio provincial, disminuyendo progresivamente de este a oeste siendo el balance hídrico deficitario en todos los meses del año en la mayor parte de la provincia (Boletta, 1988).

La localidad de La María posee una temperatura media anual de 20 °C y una precipitación media anual de 636 mm. (Saavedra, 2004)

Material en estudio

Giménez y Moglia (2003 a) describen al mistol como un árbol espinoso de copa globosa cuyos frutos son de aplicación alimenticia y en medicina popular. De su corteza y raíces se extrae una tintura de color castaño oscuro.

Mediciones efectuadas

Se midió el diámetro a 1,30 m del suelo (en cm) y la altura total (en m) de 122 árboles de mistol con diámetros mayores a 10 cm, encontrados en 30 parcelas de monte nativo de la Estación Experimental del INTA situada en La María, provincia de Santiago del Estero,

Argentina, en los años 1995-1996. Los diámetros fueron medidos con cinta diamétrica al cm. y las alturas con vara telescópica al m. Los valores mínimos y máximos de ambas variables se encuentran en la Tabla 1. La forma que sugiere la relación h (m) en función del d (cm) puede verse en la Figura 1.

Tabla 1. Valores mínimos y máximos de diámetro (d) y altura total (h) de 122 árboles de mistol. La María. Santiago del Estero. Argentina

Variable	Mín	Máx
d (cm)	10,00	65,40
h (m)	3,90	11,80

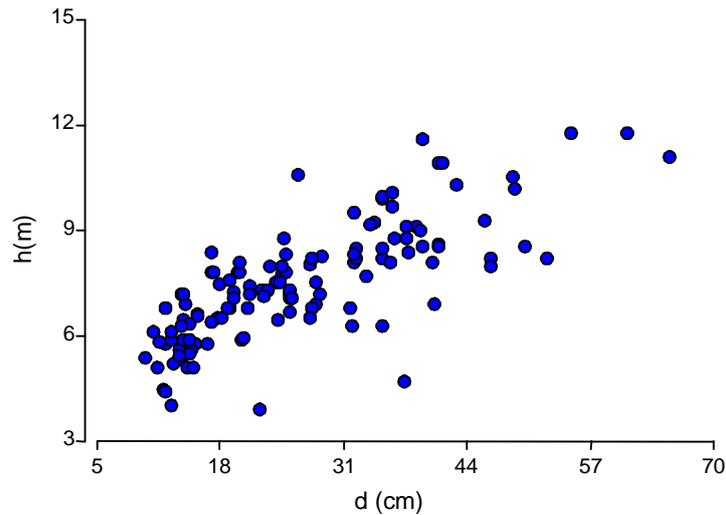


Figura 1. Altura total (h) en m en función del diámetro (d) en cm a 1,30 m del suelo en árboles de mistol. La María. Santiago del Estero.

3. METODOLOGÍA

Se ajustaron 12 de los 13 modelos propuestos por Benítez *et al.* (1988) para álamo, y un modelo propuesto por Brown (2000) de regresión logarítmica con componente parabólico (Tabla 2). Para ajustar las funciones se empleó el programa INFOSTAT en su versión actualizada del año 2004. En los casos de funciones no lineales se ajustaron en su forma logarítmica equivalente.

Tabla 2. Modelos propuestos para la relación hipsométrica en mistol. La María. Santiago del Estero.

Modelo	Función
1 (Recta)	$h = a + b*d$
2 (Parábola)	$h = a + b*d + c*d^2$
3 (Potencial)	$h = \exp(a + b*\ln(d))$
4 (Exponencial)	$h = \exp(a + b*d)$
5 (Henriksen)	$h = a + b*\ln(d)$
6 (Prodan tipo hiperbólico)	$h = \frac{d^2}{a + b*d + c*d^2} + 1,3$
7 (Naslund)	$h = \frac{d^2}{(a + b*d)^2} + 1,3$
8 (Pettersen (3))	$h = \frac{1}{(a + b*\frac{1}{d})^3} + 1,3$
9	$h = a + b*\ln(d^2)$
10 (Pettersen (2.5))	$h = \frac{d^2}{(a + b*d)^{2,5}} + 1,3$
11 (Parábola incompleta)	$h = a + b*d^2$
12	$h = e^{a + b*\frac{1}{d}}$
13 Modelo doble logarítmico con componente parabólico (Brown)	$h = \exp(a + b*\ln(d) + c*\ln^2(d))$

Para probar si se cumplían los supuestos de la regresión se realizó el gráfico de residuos estudentizados versus valores estimados por la función y la prueba de normalidad de Shapiro Wilks. Para determinar la aleatoriedad de los datos se utilizó la prueba de rachas de Wald y Wolfowitz (INFOSTAT, 2004). A fin de estudiar la bondad de ajuste de las funciones encontradas se utilizó el error absoluto medio (EAM), el error medio porcentual en valor absoluto (EMPA), el error cuadrático medio (ECM) y el índice de ajuste (IA), citado por Parresol (1999) que permite comparar el porcentaje de variabilidad explicado por el modelo cuando se utiliza la variable respuesta con y sin transformación.

$$EAM = \frac{\sum |y_o - \hat{y}|}{n}, \quad EMPA = \frac{\sum |y_o - \hat{y}| / \hat{y}}{n} * 100, \quad ECM = \sqrt{\frac{\sum (y_o - \hat{y})^2}{n}}$$

$$IA = 1 - \frac{\sum_1^n (y_o - \hat{y})^2}{\sum_1^n (y_o - \bar{y})^2}$$

Donde:

y_o son los valores de altura observados \hat{y} son los valores estimados por la función encontrada.

También se realizó un estudio de los puntos mínimos y máximos de los valores estimados para cada una de las curvas ajustadas.

4. RESULTADOS

El coeficiente de correlación entre la altura total y el diámetro fue igual a 0.77. Los coeficientes de las funciones ajustadas figuran en la Tabla 3.

Tabla 3. Coeficientes de los modelos altura (h)-diámetro (d) en árboles de mistol en La María. Santiago del Estero.

Modelo	Función
1 (Recta)	$h = 4,6807 + 0,1069 * d$
2 (Parábola)	$h = 4,0707 + 0,1527 * d - 0,0007 * d^2$
3 (Potencial)	$h = \exp(0,8114 + 0,3736 * \ln(d))$
4 (Exponencial)	$h = \exp(1,6345 + 0,0138 * d)$
5 (Henriksen)	$h = -1,5778 + 2,8615 * \ln(d)$
6 (Prodan tipo hiperbólico)	$h = \frac{d^2}{-17,7581 + 3,6564 * d + 0,0447 * d^2} + 1,3$
7 (Naslund)	$h = \frac{d^2}{(2,4837 + 0,2950 * d)^2} + 1,3$
8 (Petterson (3))	$h = \frac{1}{(0,4631 + 1,8893 * (1/d))^3} + 1,3$
9	$h = -1,5778 + 1,4308 * \ln(d^2)$
10 (Petterson (2.5))	$h = \frac{d^2}{(2,5312 + 0,1460 * d)^{2.5}} + 1,3$
11 (Parábola incompleta)	$h = 6,1391 + 0,0016 * d^2$
12	$h = \exp(2,3921 - 8,5669 * (1/d))$
13 Modelo doble logarítmico con componente parabólico (Brown)	$h = \exp(0,5022 + 0,5591 * \ln(d) - 0,0275 * \ln^2(d))$

En la parábola y la función doble logarítmica con componente parabólico, si bien los modelos resultaron significativos, no se justifica la inclusión del término cuadrático ya que el p-value para éstos términos resultó mayor que $\alpha=0.05$.

Luego de los ajustes y posterior eliminación de valores raros, los residuos estudentizados estuvieron entre 3 y -3; la prueba de rachas condujo a la aceptación de la aleatoriedad de los mismos y el test de normalidad llevó a la conclusión de que los residuos son normales (Tabla 4)

Es necesario resaltar que si bien los R^2 de las funciones de ajuste encontradas para las alturas totales transformadas como es el caso de las ecuaciones 3, 4, 6, 7, 8, 10 y 12 varían entre 0,6443 y 0,9659 como se puede ver en la Tabla 5, al volver a las variables originales, los IA de las alturas totales observadas en función de los diámetros observados descienden a valores que se pueden apreciar en la Tabla 4. Esta Tabla también incluye los IA y los estadísticos de diagnóstico usados para probar la bondad de ajuste de los modelos encontrados.

Tabla 4. Estadísticos de diagnóstico en 11 funciones encontradas para mistol. La María. Santiago del Estero.

Modelo	Indice de ajuste IA	Error Medio abs (EAM)	Error Medio % abs (EMPA)	Error Medio cuadr. (ECM)	Error Mínimo	Error Máximo	Prueba de rachas (p)	Norm. (p)
1	0,6718	0,71	9,46	0,89	-2,12	1,90	0,1955	0,1423
3	0,6804	0,68	8,97	0,86	-2,25	1,87	0,6430	0,1531
4	0,6428	0,73	9,62	0,94	-2,46	2,73	0,4038	0,0930
5	0,6785	0,80	10,55	1,07	-4,09	2,83	0,3552	0,3827
6	0,7428	0,65	8,95	0,82	-1,80	2,98	0,0576	0,4932
7	0,6927	0,71	9,57	0,81	-1,66	2,72	0,4038	0,5664
8	0,6323	0,74	9,78	0,95	-2,23	2,82	0,7830	0,2771
9	0,6785	0,73	9,72	0,95	-2,30	2,83	0,2713	0,8147
10	0,6691	0,74	10,07	0,94	-4,35	2,56	0,2277	0,4217
11	0,5855	0,82	10,94	1,05	-3,03	3,00	0,4633	0,9190
12	0,6347	0,76	10,04	0,98	-2,33	2,74	0,4633	0,6327

Tabla 5. Coeficiente R^2 para las ecuaciones de ajuste donde se transformó la altura total

Modelo	R^2
3	0,6803
4	0,6443
6	0,9659
7	0,9567
8	0,6569
10	0,9537
12	0,6497

Los máximos y mínimos de las funciones ajustadas pueden apreciarse en la Tabla 6.

Tabla 6. Alturas (h) predichas (m) por las funciones para el mínimo (10) y máximo (65.40) de diámetro (d) observado (cm).

Modelo	h del d mínimo	h del d máximo
1	5,75	11,67
2	5,32	10,73
3	5,88	12,64
4	5,01	10,38
5	4,45	11,67
6	4,69	10,32
7	4,91	9,70
8	4,00	10,50
9	4,44	9,73
10	6,14	12,98
11	4,64	9,59

Primeramente se seleccionaron los modelos que tenían un IA más alto, o sea 3, 6 y 7 (Figura 2). Éstos presentaron estadísticos similares salvo EAM y EMPA por lo que se optó por el que tenía los menores valores de ambos, o sea la función 6. La función 6 es la que mejor se comporta en relación a los diámetros superiores a los 50 cm (Figura 2). En el rango observado de diámetros la función encontrada se clasifica como curva de concavidad variable (Benítez *et al.*, 1988), adoptando en esta oportunidad la forma cóncava.

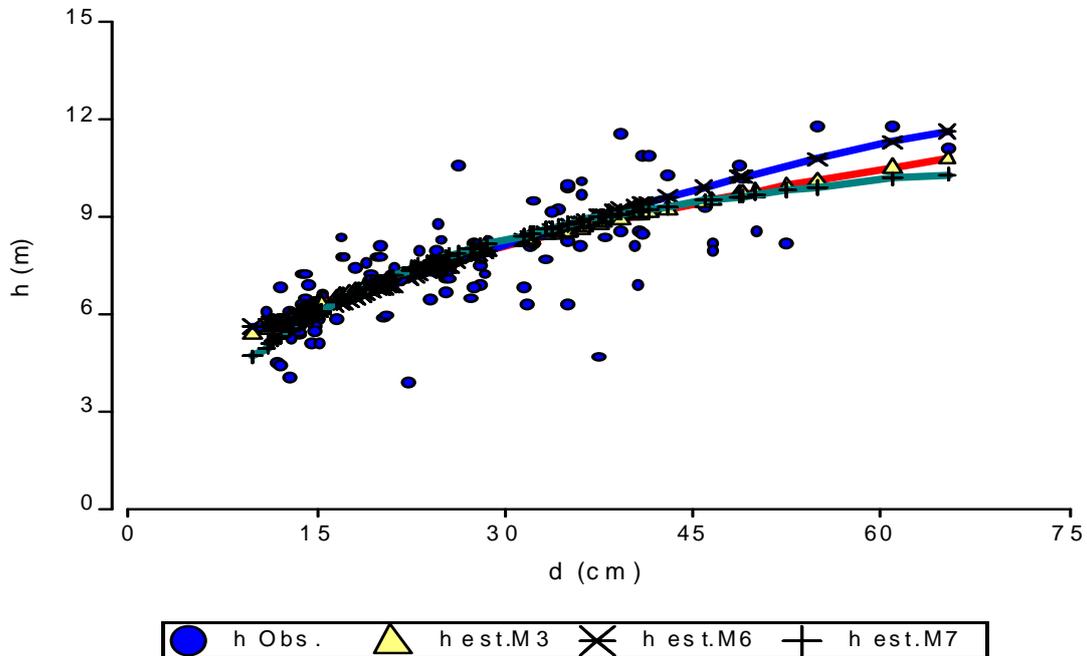


Figura 2. Valores de h (m) observados y estimados en función del d (cm) por los modelos 3, 6 y 7.

5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIÓN

El Modelo que presentó el mejor ajuste en este trabajo (Modelo 6) concuerda con el que recomienda Prodan *et al.* (1997) para rodales multiétaneos, tal el caso de nuestros montes nativos. Giménez *et al.* (2003 b), Benítez *et al.* (1988) y Gaillard de Benítez *et al.* (2002) lograron un buen ajuste con una función polinómica de segundo grado, aunque trabajando con especies distintas al mistol (algarrobo negro en el primero de los trabajos mencionados y en álamo en el segundo). En este trabajo dicho modelo no estuvo entre los mejores.

Los modelos 5 y 9 brindaron ajustes equivalentes como lo afirma Benítez *et al.* (1988). Aunque Fang y Bailey (2000) recomiendan el modelo 5 para bosques tropicales del sur de China por su facilidad de ajuste y relativa buena precisión en la estimación, en este trabajo de acuerdo a los criterios de bondad de ajuste que se manejaron no resultó ser el más conveniente. Costas y Rodríguez (2003) ajustaron el modelo no lineal de Chapman Richards cuando el *d medio* es la única variable regresora, trabajando con pino elliotti (*Pinus elliotti* Engl.).

Se recomienda el Modelo 6 para estimar altura total en función de diámetro para mistol, en la localidad de La María, Pcia. de Santiago del Estero.

6. BIBLIOGRAFÍA

- Benitez G. C.; M. Pece; M. Juárez de Galíndez; A. Maldonado; V. H. Acosta y A. Gómez 2002 Biomasa aérea de ejemplares de quebracho blanco (*Aspidosperma quebracho-blanco*) en dos localidades del Parque Chaqueño seco. Quebracho N°9; 115-127. ISSN 0328-0543
- Benítez, C. G.; M. de; Pece y J. Y. Ferrari, de.1988. Determinación de curvas de altura en función del diámetro en parcelas experimentales de álamos de la Estación Experimental San Carlos (Departamento Banda, Santiago del Estero). VI Congreso Forestal Argentino. Santiago del Estero.
- Bolleta, P. 1988. Capítulo 1 de: Desmonte y habilitación de tierras en la región chaqueña semiárida. Oficina regional de la FAO para América latina y El Caribe. Chile.
- Brown, S. 2000 Estimaciones de biomasa y carbono en bosques naturales de Bolivia. 2000. www.superforestal.gov.bo/estimaciones.htm. 15 pp.
- Costas, R. y Rodríguez, G. 2003. Relaciones hipsométricas promedios para *P. Elliotti* Engl. En Misiones y Nordeste de Corrientes. Revista Yviraretá. Instituto Subtropical de Investigaciones Forestales de la Facultad de Ciencias Forestales. U.Na.M. Argentina. ISSN 0328-8854. N°12. Pags.19-25.
- Fang, Z y Bailey, R. L. 1998 Height-diameter models for tropical forests on Hainan Island in southern China. *Forest Ecology and Management*. 110.315-327
- Giménez, A. M., Ríos N. A. y Moglia, J. G. 2003 b. Crecimiento de *Prosopis nigra* (Griseb.) Hieron (Algarrobo negro) en Santiago del Estero, Argentina. *Foresta Veracruzana*. Vol.5 N°2.ISSN 1405-7247. Pags.17-21
- Giménez, A. M. y Moglia, J. G. 2003 a. Árboles del Chaco Argentino. Facultad de Ciencias Forestales. Secretaría de Ambiente y Desarrollo Sustentable. 307 pp. ISBN 98795852-9-1
- Husch, B; Miller, CH. I. y Beers, T. W. 1982. *Forest Mensuration*. Krieger Publishing Company. Malabar. Florida. 402 pp. ISBN 0-471-04423-7
- INFOSTAT 2004. Infostat versión 2004. Grupo Infostat, FCA, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.
- Parresol, Bernard R. 1999. Assesssing tree and stand biomass: A review with examples and critical comparisons. *Forest Science*. Vol. 45(4). 573-593.
- Prodan, M; Peters, R.; Cox, F. y Real, P. 1997. *Mensura Forestal*. IICA-BMZ/GTZ. San José. Costa Rica. 561 pp
- Saavedra, S. 2004. Determinación con base ecológica de la productividad potencial forestal en la Provincia de Santiago del Estero. Tesis doctoral.

