Ensayos para optimizar el proceso de interpolación para la generación de modelos de ondulaciones geoidales en Santiago del Estero

José E. Goldar, Gonzalo N. Gerez, Carlos A. Gutiérrez & Santiago Amalfi

Departamento de Agrimensura, Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologías, Universidad Nacional de Santiago del Estero.
jegoldar@unse.edu.ar, gongerez@gmail.com, agcarlos64@yahoo.com.ar, santiagoamalfi@hotmail.com

RESUMEN: El modelado del geoide, es un tema que suele abordarse desde el punto de vista geométrico a partir del advenimiento del posicionamiento satelital. Actualmente, existen modelos a diferentes escalas y con distintos niveles de precisión en todo el mundo. En general, estos modelos se calculan utilizando software que producen modelos digitales mediante diferentes métodos de interpolación espacial, cada uno de los cuales presenta diferentes alternativas de cálculo, que pueden incidir en el resultado de la interpolación. En este trabajo presentamos las primeras pruebas realizadas para optimizar el proceso de interpolación, buscando establecer la combinación ideal entre método y variante de cálculo que optimice los resultados de modelado del geoide. Trabajando con datos obtenidos para la generación de un modelo regional de ondulaciones geoidales en Santiago del Estero, se generaron modelos con diferentes métodos de interpolación en distintas combinaciones, luego se comparó los resultados contrastándose las ondulaciones que arroja cada modelo para puntos de control de los cuales se tiene la ondulación medida. La comparación entre las diferencias que arroja la ondulación medida y la que le asigna el modelo a cada punto de control nos da una idea de la bondad de cada método utilizado para interpolar.

1 INTRODUCCION

1.1 *Marco Teórico*

La determinación del geoide fue por cerca de 70 años (1880-1950) la meta principal de la Geodesia. Su importancia disminuyó después de 1945 con el desarrollo de métodos para la derivación directa de la superficie física de la tierra. Sin embargo, su determinación aun permanece como un problema esencial de la Geodesia y, lo que es más, el significado del geoide se ha incrementado nuevamente con el establecimiento de sistemas globales y continentales tridimensionales, al igual que con los requerimientos de la Geodesia Marina (Torge, 1983).
El término de geoide fue introducido por Gauss en 1828 para definir a la superficie equipotencial, que coincide con el nivel medio del mar. Esta definición no es hoy lo suficientemente precisa cuando se la conecta con sistemas de alturas y GPS (UBA, 2011). En realidad, podemos decir que es la superficie equipotencial del campo de gravedad terrestre que mejor se aproxima a la superficie media del mar; es el datum natural para las alturas ortométricas medidas a lo largo de la línea de la plomada (curva); es la mejor representación gráfica del campo de gravedad terrestre (Pacino, 2006).
El geoide se obtiene, por definición, a partir del potencial de gravedad, pero este no es una magnitud “medible”. Sí pueden medirse variables vinculadas con su primera derivada (la gravedad) o con su segunda derivada (el gradiente de gravedad). Los procedimientos gravimétricos para la determinación del geoide se basan en los problemas de Valor de Contorno de la Teoría del Potencial, tratados por Dirichlet, Newmann y Hilbert (Bombal, 2003). Entre los inconvenientes que se presentan tenemos, por un lado, la necesidad de conocer las anomalías de gravedad sobre toda la superficie limitante en forma continua y además, se torna indispensable contar con un modelo de distribución de densidades en el interior de la corteza, entre la superficie topográfica y el geoide.
Molodenski propuso, en 1945, considerar como superficie limitante a la superficie topográfica en

lugar del geoide. Con esta propuesta desaparece la necesidad de contar con un modelo de variación de densidades, entre la superficie topográfica y el geoide. No se calcula el geoide sino el cuasigeoide y las alturas referidas a éste se denominan “alturas normales” (Introcaso, 2006). Aun así, persiste la necesidad de contar con datos de anomalías gravimétricas en forma continua sobre toda la superficie limitante.

El geoide se utiliza para determinar las órbitas satelitales, georeferenciación (posicionamiento, mapas, navegación, MDT); correcciones a instrumentos de navegación; oceanografía (cambios del nivel del mar, circulación oceánica), hidrografía, hidrología; cambio global (clima, monitoreo de desastres naturales); geofísica (exploración, geodinámica, estudio del interior de la tierra); etc.

En conclusión, el geoide como superficie de referencia puede definirse de varias maneras. No es aconsejable elegir un tipo de geoide y usarlo para todos los propósitos. Las distintas definiciones de geoide son adecuadas para diferentes situaciones. Así, es esencial comprender en cada caso con qué concepto de geoide se está trabajando. Esto tiene especial importancia cuando se pretende combinar el geoide con alturas ortométricas, normales, niveladas y elipsoídicas y obtener precisiones centimétricas (Departamento de Agrimensura de la UBA, 2011).

En general existen seis posibilidades concretas para la determinación del geoide: método astrogeodésico, método gravimétrico, método de altimetría satelital (en océanos), método de determinación de coeficientes armónicos esféricos del potencial gravitatorio, método geométrico, y método combinado (Pacino, 2006).

El método geométrico –o de diferencia de alturas- surge a partir del advenimiento de los sistemas de posicionamiento satelital y, matemáticamente, se basa en un proceso de interpolación.

Algunos sistemas, como el GPS, brindan la alternativa de determinar alturas elipsoidales precisas con relativa facilidad. Esto permite incorporar las viejas redes altimétricas de otra manera en la definición de la superficie del geoide.

En el método geométrico, se trata de interpolar el comportamiento del geoide entre valores discretos de la ondulación observada del geoide. Si se dispone de suficiente cantidad de puntos con doble información altimétrica (elipsoidal obtenida con GPS y ortométricas obtenidas a partir de nivelación clásica) con una distribución geográfica conveniente, será posible describir el comportamiento de N entre ellos. Pero en este método no se utiliza información alguna del campo gravitatorio terrestre entre los puntos observados. En consecuencia, es extremadamente difícil predecir las variaciones de N entre los mismos. La única posibilidad es recurrir a un proceso de interpolación numérica. La función resultante $N(\varphi,\lambda)$, es lo que llamamos modelo del geoide. En estas condiciones, será posible conocer el valor de la ondulación del geoide en cualquier punto de coordenadas φ y λ, en el área donde la interpolación sea válida (Del Cogliano, 2006).

1.2 *Presentación y Antecedentes*

En base a lo expuesto en el último párrafo del marco teórico, cualquier mejora en el proceso de interpolación redundará en una mejora del modelo generado. Por esta razón, a partir el año 2013, trabajamos en el proyecto de investigación “Optimización del modelado y cálculo del geoide para la provincia de Santiago del Estero”, siendo uno de los objetivos del mismo definir el método ideal y su modelo de variograma más conveniente para la interpolación de valores de ondulaciones geoidales.

En tal sentido, en este trabajo presentamos los resultados de las primeras pruebas efectuadas para optimizar la interpolación de ondulaciones geoidales. Para ello utilizamos datos obtenidos en los proyectos de investigación: “Determinación de las ondulaciones del geoide para la provincia de Santiago del Estero” (2005/08) y “Modelos de geoide para la provincia de Santiago del Estero” (2009/12), ambos aprobados y financiados por el Consejo de Investigaciones Científicas y Tecnológicas de la Universidad Nacional de Santiago del Estero.

Para el presente trabajo se tomó de base dos modelos regionales de ondulaciones geoidales unos de los cuales está basado en nodales, generados entre los años 2009 y 2010 como resultados del proyecto “Modelos de geoide para la provincia de Santiago del Estero” (Goldar, 2010; Ciappino, 2011). De estos trabajos se seleccionaron veinticinco (25) puntos, de los cuales ocho (8) son nodales de la red nacional de nivelación de primer orden, siete (7) son puntos fijos (PF) de distintas líneas de nivelación de la misma red nacional y otros cinco (5) a una red medida por la Universidad Nacional del Litoral para el acueducto Santa Fe-Santiago del Estero. De estos veinte (20) puntos, se conocían las alturas sobre el nivel medio del mar (s.n.m.m.) y se determinaron sus alturas elipsoidales. Los restantes cinco (5) puntos pertenecen a la red provincial de referencia catastral y en este caso se conocía sus alturas elipsoidales y se determinó sus alturas s.n.m.m. mediante nivelación geométrica de precisión. Con estos 25 puntos de base, se generaron dieciocho (18) modelos de ondulaciones geoidales, con nueve (9) métodos de interpolación distintos y con dos (2) variantes dentro de cada método utilizado.

Por su parte, para la contrastación y validación de los modelos, se utilizaron ocho (8) puntos de control (PC), de los que se conoce la ondulación geoidal, siendo seis (6) de ellos pertenecientes a un modelo de ondulaciones en una región de planicie (Goldar, 2007), generado y validado como uno de los resultados del proyecto de investigación "Determinación de las ondulaciones del geoide para la provincia de Santiago del Estero". Los dos (2) PC restantes fueron tomados de un modelo local de la zona Banda-Clodomira (Goldar, 2011), resultado del proyecto "Modelos de geoide para la provincia de Santiago del Estero".

Con estos datos se analizó la bondad de cada interpolación, comparando el valor de ondulación que arroja cada modelo, para cada uno de los 8 PC, con la ondulación medida en cada uno de ellos.

2 METODOLOGIA

2.1 *Generación de Modelos*

Trabajamos en una región que cubre el centro y noroeste de la provincia de Santiago del Estero y pequeñas porciones de las provincias vecinas Salta, Tucumán y Catamarca; entre los extremos de 25º 07' 02" S (Joaquín V. González, Salta) al norte, 28º 55' 57" S (San Antonio de la Paz, Catamarca) al sur, 65º 11' 36" O (San Miguel de Tucumán, Tucumán) al oeste y 62º25' 02" O (Quimilí, Santiago del Estero) al este; cubriendo una superficie aproximada de 72.500 km^2. De dos modelos anteriores ya mencionados, generados dentro de esta región, se extrajeron los 25 puntos que utilizamos en este ensayo.

Para el modelado se utilizó el software Surfer v.10 (Surface Mapping System de Golden Software Inc.), en el cual se ingresan los datos en una planilla (worksheet) donde en las dos primeras columnas se colocan las coordenadas de los puntos generadores y en la tercera columna el dato que se desea modelar, la ondulación geoidal en este caso.

A partir de los datos ingresados, se genera una cuadrícula del modelado para la cual se debe seleccionar el método de interpolación a utilizar. Esta versión del software presenta la opción de doce (12) métodos de interpolación, de los cuales se trabajó con nueve (9), en virtud que los restantes tres (3) se pueden utilizar solo en el caso de un gran volumen de datos (más de mil puntos).

Por su parte, cada uno de los métodos ofrece distintas variantes de cálculo, habiéndose seleccionado las dos variantes más representativas de cada método, siendo la primera de ellas la que el programa propone por defecto. En la tabla 1 se presentan los diferentes métodos utilizados con sus respectivas variantes de cálculo.

Para cada método y cada variante, se generó una cuadricula de modelado con los 25 puntos seleccionados, de los cuales se ingresaron sus coordenadas Gauss Krüger (elipsoide WGS84) y su ondulación geoidal; ésta fue determinada a partir de la diferencia de las dos alturas, tanto elipsoidal como s.n.m.m., medidas oportunamente en cada punto. En la tabla 2 se presentan los datos, tanto de nomenclatura como de ubicación, de los puntos generadores de modelo.

Por otra parte, se utilizaron otros 8 puntos para control, los que cumplen con la premisa de no haber participado en la generación original de los modelos, pero están ubicados dentro del área modelada. Estos puntos se seleccionaron de dos modelos anteriores también ya mencionados, ambos modelos locales y distintos de los modelos regionales de donde se obtuvieron los puntos generadores. Finalmente, en la tabla 3 se muestran los valores de ubicación y nomenclatura de estos PC.

Tabla 1. Métodos de interpolación utilizados.

METODOS	Opción 1	Opción 2
Vecino Natural	anisotropía 1,0	anisotropía 2,0
Mínima Curvatura	factor de relajación 1 tensión interna 0 tensión límite 0	factor de relajación 1 tensión interna 0 tensión límite 1
Inversa a una Potencia de la Distancia	potencia 2 alisado 0	potencia 3 alisado 1
Función de Base Radial	multicuadrática	inversa multicuadrática
Triangulación con Interpolación Lineal	anisotropía 1,0	anisotropía 2,0
Polinomio Local	potencia 2	potencia 1
Kriging	lineal	esférico
Vecino más Cercano	circular R1=R2	elipse vertical R1= ½ R2
Regresión Polinomial	superficie plana	superficie cuadrática

Tabla 2. Puntos generadores de los modelos.

Numero	Punto	X	Y	Ondulacion Medida (N)
1	Tucumán (198)	7030964,740	4281956,070	29,370
2	San Antonio (171)	6798381,390	4295513,110	26,980
3	Santiago (184)	6926835,700	4376326,780	25,470
4	Quimili (195)	6942733,780	4557505,190	24,574
5	Hoyon (178)	6833334,630	4406196,890	26,431
6	Rapelli (203)	7080665,500	4350005,270	28,080
7	Joaquín V. Gonzalez (212)	7222447,270	4386602,810	28,341
8	San Pedro (183)	6906650,630	4286821,660	28,040
9	1-SAMP	6906958,032	4287433,572	28,812
10	4-CAPI	6928260,592	4367278,689	25,813
11	7-LORE	6870720,885	4384072,560	25,314
12	12-SUNC	6910068,185	4458192,739	24,389
13	49-ESPE	7106098,826	4375735,958	29,060
14	CD-TO06 Añatuya	6845128,025	4526116,159	29,274
15	CD-TO09 Añatuya	6835275,485	4536893,868	29,251
16	CD-TO11 Añatuya	6828733,998	4544343,605	29,472
17	CD-TO04 Añatuya	6850950,456	4517867,863	27,094
18	AN-VM01 Añatuya	6853116,411	4517855,660	27,106
19	PF14 L141-A	6939906,309	4364172,153	25,661
20	PF15 L141-A	6936847,836	4366801,636	25,590
21	PF16 L141-A	6933743,688	4369250,295	25,463
22	PF17 L141-A	6930551,128	4371661,878	25,381
23	PF1 Libertad	6924972,028	4373745,051	25,230
24	PF12 L182	6892204,985	4380596,131	24,577
25	PF20 L182	6869509,442	4384280,149	24,532

Tabla 3. Puntos de Control utilizados.

Numero	Punto	X	Y	Ondulación Medida (N)
1	RBLS	6912791,119	4389816,75	25,06
2	494	6917674,424	4387645,226	25,58
3	502	6924913,233	4382749,702	25,70
4	AGUIRRE	6927261,331	4376751,939	25,16
5	PF 10	6917995,539	4379904,298	24,797
6	PF 18	6910674,738	4382486,565	25,246
7	CD 7	4385085,59	6945280,704	26,166
8	CD 8	4386548,581	6947200,541	26,24

2.2 *Validación de los modelos*

Para el proceso de validación de cada modelo se generó una cuadricula con los puntos de control con el mismo método de interpolación y variante de cálculo que se desea validar, dejando la columna correspondiente a la ondulación geoidal con valor cero (0). Posteriormente, con el comando *Grid→Residuals* se ingresa las cuadrículas, primero la que contiene el modelo y luego la que contiene los PC. Ejecutado el comando, el software coloca en el archivo de los puntos de validación una columna más que tiene

el nombre de *residuals*, la que contiene como datos las ondulaciones geoidales que el modelo calcula para los puntos de control.
Los valores de ondulación calculados por el modelo se comparan con los valores ya medidos oportunamente. La magnitud de las diferencias nos da una idea de la bondad de la interpolación.
Este procedimiento se repitió para los 18 modelos generados, dos por cada método de interpolación.
Finalmente, haciendo un tratamiento estadístico de las diferencias, obtuvimos el valor medio de las diferencias y el error medio de las mismas, lo cual nos permitió establecer la mejor combinación de método y variante utilizada, de entre las 18 combinaciones ensayadas.

3 RESULTADOS

3.1 *Validación de Métodos*

Los resultados obtenidos en la validación de cada modelo, con los diferentes métodos de interpolación y sus variantes, se presentan en tablas. Se generó una tabla para cada método, en la cual se muestra el valor de la ondulación calculada por el modelo para cada punto de control y a la par su diferencia con el valor de ondulación medido, esta diferencia se presenta con su signo teniendo en cuenta que se calculó siempre con la ecuación (1). Así, la tabla 4 presenta los resultados del método Vecino Natural; la tabla 5, los de Mínima Curvatura; la tabla 6, los de Inversa a una potencia de la distancia; la tabla 7, los de Función de base radial; la tabla 8, los resultados de Triangulación con interpolación lineal; la tabla 9, los de Polinomio Local; la tabla 10, los de Kriging; la tabla 11, los de Vecino más Cercano y la tabla 12 presenta los resultados del método de Regresión Polinomial.

$$\Delta N = N\ medido - N\ modelo \qquad (1)$$

Tabla 4. Modelo con método: Vecino Natural

Puntos de control	Anisotropia (1,0)	**ΔN en m**	Anisotropia (2,0)	**ΔN en m**
RBLS	25,010	0,050	25,192	-0,132
494	25,143	0,437	25,242	0,338
502	25,330	0,370	25,360	0,340
AGUIRRE	25,460	-0,300	25,469	-0,309
PF 10	25,193	-0,396	25,213	-0,416
PF 18	24,998	0,248	25,074	0,172
CD 7	25,626	0,540	25,719	0,447
CD 8	25,650	0,590	25,746	0,494

Tabla 5. Modelo con método: Mínima Curvatura

Puntos de control	factor de relajación 1 tensión interna 0 tensión límite 0	**ΔN en m**	factor de relajación 1 tensión interna 0 tensión límite 1	**ΔN en m**
RBLS	24,966	0,094	24,859	0,201
494	25,122	0,458	25,034	0,545
502	25,365	0,335	25,338	0,362
AGUIRRE	25,467	-0,307	25,468	-0,308
PF 10	25,256	-0,459	25,174	-0,377
PF 18	25,007	0,239	24,886	0,360
CD 7	25,290	0,876	25,403	0,763
CD 8	25,269	0,971	25,390	0,850

Tabla 6. Modelo con método: Inversa a una potencia de la distancia

Puntos de control	**alisamiento 0**		**alisamiento 1**	
	N con potencia 2	**ΔN en m**	**N con potencia 3**	**ΔN en m**
RBLS	25,406	-0,346	25,302	-0,242
494	25,445	0,135	25,385	0,194
502	25,449	0,251	25,423	0,277
AGUIRRE	25,466	-0,306	25,466	-0,306
PF 10	25,429	-0,632	25,384	-0,587
PF 18	25,373	-0,127	25,272	-0,026
CD 7	25,560	0,606	25,505	0,661
CD 8	25,573	0,667	25,509	0,731

Tabla 7. Modelo con método: Función de Base Radial

Puntos de control	Multi-quadric	**ΔN en m**	Inverse Multi-quadric	**ΔN en m**
RBLS	24,876	0,184	27,638	-2,578
494	24,963	0,617	26,751	-1,171
502	25,141	0,559	25,634	0,065
AGUIRRE	25,298	-0,138	25,300	-0,140
PF 10	25,115	-0,318	27,087	-2,290
PF 18	24,980	0,266	28,893	-3,647
CD 7	25,379	0,787	24,107	2,058
CD 8	25,384	0,856	24,092	2,148

Tabla 8. Modelo con método: Triangulación con interpolación lineal

Puntos de control	Anisotro-pia (1,0)	ΔN en m	Anisotro-pia (2,0)	ΔN en m
RBLS	25,012	0,048	25,012	0,048
494	25,151	0,429	25,151	0,429
502	25,351	0,349	25,367	0,333
AGUIRRE	25,464	-0,304	25,475	-0,315
PF 10	25,208	-0,411	25,208	-0,411
PF 18	25,019	0,227	25,0194	0,227
CD 7	25,629	0,536	25,759	0,407
CD 8	25,660	0,580	25,784	0,456

Tabla 9. Modelo con método: Polinomio Local

Puntos de control	potencia 2	ΔN en m	potencia 1	ΔN en m
RBLS	25,378	-0,318	25,815	-0,755
494	25,377	0,203	25,816	-0,236
502	25,402	0,298	25,837	-0,137
AGUIRRE	25,469	-0,309	25,863	-0,703
PF 10	25,433	-0,636	25,831	-1,034
PF 18	25,419	-0,173	25,824	-0,578
CD 7	25,476	0,690	25,969	0,197
CD 8	25,487	0,753	25,986	0,254

Tabla 10. Modelo con método: Kriging

Puntos de control	variogra-ma lineal	ΔN en m	variogra-ma esférico	ΔN en m
RBLS	24,840	0,220	25,433	-0,373
494	24,959	0,621	25,482	0,098
502	25,201	0,499	25,523	0,177
AGUIRRE	25,444	-0,284	25,476	-0,316
PF 10	25,109	-0,312	25,299	-0,502
PF 18	24,919	0,327	25,166	0,080
CD 7	25,361	0,805	26,016	0,150
CD 8	25,366	0,874	26,092	0,148

Tabla 11. Modelo con método: Vecino más Cercano

Puntos de control	R1=R2	ΔN en m	R1 = ½ R2	ΔN en m
RBLS	25,211	-0,151	25,230	-0,170
494	25,470	0,110	25,230	0,350
502	25,470	0,230	25,405	0,295
AGUIRRE	25,470	-0,310	25,462	-0,302
PF 10	25,396	-0,599	25,230	-0,433
PF 18	25,069	0,177	25,230	0,016
CD 7	25,465	0,701	25,661	0,505
CD 8	25,464	0,776	25,661	0,579

Tabla 12. Modelo con método: Regresión Polinomial

Puntos de control	Sup. plana	ΔN en m	Sup. Cuadrá-tica	ΔN en m
RBLS	26,693	-1,633	25,150	-0,090
494	26,708	-1,128	25,155	0,425
502	26,727	-1,027	25,208	0,492
AGUIRRE	26,722	-1,562	25,317	-0,157
PF 10	26,691	-1,894	25,283	-0,486
PF 18	26,666	-1,420	25,271	-0,025
CD 7	26,818	-0,652	25,113	1,053
CD 8	26,830	-0,590	25,079	1,161

3.2 *Comparación entre Métodos*

Para comparar los diferentes métodos, cada uno en las dos variantes de cálculo utilizadas, se determinó el valor medio de las diferencias entre los valores medidos y los arrojados por el modelo, así como su correspondiente error medio. Estos resultados se resumen en la tabla 13, donde podemos observar las diferencias medias de cada combinación de método y variante de cálculo, ordenadas de menor a mayor de acuerdo al valor medio de las diferencias.

Finalmente, en la tabla 14 se presenta un ordenamiento de las combinaciones de método/variante teniendo en cuenta el valor medio de sus diferencias más la dispersión de las mismas.

Tabla 13. Comparación entre Métodos/Variantes

Método	Variante	Dif. media en m	Error medio en m
Kriging	variograma esférico	0,231	0,150
Triangulación con interpolación lineal	anisotropía (2,0)	0,328	0,136
Vecino Natural	anisotropía (2,0)	0,331	0,127
Vecino más Cercano	R1 = ½ R2	0,331	0,181
Triangulación con interpolación lineal	anisotropía (1,0)	0,360	0,171
Vecino Natural	anisotropía (1,0)	0,366	0,171
Inversa a una potencia de la distancia	alisamiento 1 potencia 3	0,378	0,251
Vecino más Cercano	R1 = R2	0,382	0,268
Inversa a una potencia de la distancia	alisamiento 0 potencia 2	0,384	0,222
Polinomio Local	potencia 2	0,423	0,232
Función de Base Radial	multiquadric	0,466	0,277
Mínima Curvatura	factor de relajación 1 tensión interna 0 tensión límite 0	0,467	0,306
Mínima Curvatura	factor de relajación 1 tensión interna 0 tensión límite 1	0,471	0,229
Regresión Polinomial	superficie cuadrática	0,486	0,424
Polinomio Local	potencia 1	0,487	0,327
Kriging	variograma lineal	0,493	0,250
Regresión Polinomial	superficie cuadrática	1,238	0,470
Función de Base Radial	inverse multiquadric	1,762	1,230

Tabla 14. Ordenamiento Métodos/Variantes según diferencia media y dispersión

orden	Método	Variante	Dif. + disp. en m
1º	Kriging	variograma esférico	0,381
2º	Vecino Natural	anisotropía (2,0)	0,458
3º	Triangulación con interpolación lineal	anisotropía (2,0)	0,464
4º	Vecino más Cercano	R1 = ½ R2	0,512
5º	Triangulación con interpolación lineal	anisotropía (1,0)	0,531
6º	Vecino Natural	anisotropía (1,0)	0,537
7º	Inversa a una potencia de la distancia	alisamiento 0 potencia 2	0,606
8º	Inversa a una potencia de la distancia	alisamiento 1 potencia 3	0,629
9º	Vecino más Cercano	R1 = R2	0,650
10º	Polinomio Local	potencia 2	0,655
11º	Mínima Curvatura	factor de relajación 1 tensión interna 0 tensión límite 1	0,700
12º	Kriging	variograma lineal	0,743
13º	Función de Base Radial	multiquadric	0,743
14º	Mínima Curvatura	factor de relajación 1 tensión interna 0 tensión límite 0	0,773
15º	Polinomio Local	potencia 1	0,814
16º	Regresión Polinomial	superficie cuadrática	0,910
17º	Regresión Polinomial	superficie cuadrática	1,708
18º	Función de Base Radial	inverse multiquadric	2,992

4 CONCLUSIONES

De los resultados que se observan en las tablas 13 y 14, se puede concluir que existe una diferencia, de al menos 8 a 9 cm, del método de Kriging en su variante con modelo de variograma esférico con respecto a las otras diecisiete (17) combinaciones ensayadas.

Por otra parte, analizando la tabla 14, además de Kriging, las dos variantes de los métodos Vecino natural, Triangulación con interpolación lineal, Inversa a una potencia de la distancia, Vecino más cercano y una variante del método Polinomio local, se encuentran por debajo de los 70 cm considerando el valor medio de sus diferencias y su correspondiente dispersión, razón por la cual habría que probar con otras variantes dentro de dichos métodos.

Finalmente, teniendo en cuenta el valor medio de las diferencias, vemos que dieciséis (16) de las dieciocho (18) combinaciones ensayadas tienen un valor promedio de las diferencias por debajo de los 50 cm, el cual era el valor esperado para un modelo de esta magnitud, teniendo en cuenta la superficie cubierta, el número y la distribución de los puntos generadores. Esto abona la conclusión de la necesidad de ensayar otras variantes en todos los métodos.

5 REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Bombal, F. Análisis Funcional: una perspectiva histórica. En: Seminar of Mathematical Analysis: Proceedings, Universities of Malaga and Sevilla. Sevilla, España. De los Editores. 2003. pp.81-116. ISBN 8447208063.

Ciappino, P., E. Goldar, W. Costa & Moreno J. *Modelo de Ondulaciones Geoidales en Base a Nodales para el Centro-Norte de Santiago del Estero.* ACTAS E-ICES 6 (Internacional Center For Earth Sciences), CNEA (Comisión Nacional de Energía Atómica 2011. - 1a ed. - Buenos Aires: ISBN 978-987-1323-21-0 1. Ciencias de la Tierra. I. Título. CDD 570.

Del Cogliano, D. *Modelado del Geoide con GPS y Gravimetría. Caracterización de la Estructura Geológica de Tandil.* Tesis (Doctoral). Rosario, Argentina. Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura; Universidad Nacional de Rosario. 2006. 103 p.

Departamento de Agrimensura, Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires. *Geoide.* Disponible en: <www.conapea.com.ar/bibliotecavirtual/geodesiafisica>. 2011.

Goldar, E., P. Ciappino, W. Costa & J. Paste. *Modelo de Ondulaciones Geoidales en una Zona de Planicie de Santiago del Estero*. Investigaciones en Facultades de Ingeniería del NOA (2007) Tomo I. Capítulo III (ISBN 978–987–23950–0-1) Editorial ECO FACET UNT 2007, Tucumán, Argentina. pags. 26 a 30.

Goldar, E., P. Ciappino, C. Gutiérrez, & J. Frías. *Modelo Regional de Ondulaciones Geoidales en el Centro-Norte de Santiago del Estero* - XXV Reunión Científica de la Asociación Argentina de Geodestas y Geofísicos. Organizada por la Asociación Argentina de Geodestas y Geofísicos, del 03 al 05 de noviembre de 2010. Córdoba, Argentina.

Goldar, E., P. Ciappino, J. Paste, D. Sandez & C. Gutiérrez. *Modelo Local de Ondulaciones Geoidales en Santiago del Estero, Zona la Banda – Clodomira.* Investigaciones en Facultades de Ingeniería del NOA VOLUMEN VII Tomo I. (ISSN 1853–7871) Editorial Científica Universitaria Se.C.yT. UNCa 2011, Catamarca, Argentina. pags. 565 a 570.

Introcaso, A. *Geodesia Física*. Boletín del Instituto de Fisiografía y Geología Volumen Especial (1), Rosario, 2006. ISSN: 1666-115X.

Pacino, M. C. Aplicaciones de la Información de las Estaciones Permanentes en Relevamientos Altimétricos. En: *Taller Regional de Estaciones Permanentes.* Córdoba, Argentina. 2006.

Torge, W. *Geodesy.* Edicion Tradución de Ing. Walterio Luthe Garcia. Mexico. Diana S.A. 1983. 297 p. ISBN 9681314239.