

## Modelación numérica del fenómeno de adherencia en flexión de Vigas de Hormigón Armado

Rodrigo A. Ruiz López<sup>1</sup> & Ricardo H. Lorefice<sup>1</sup> & Juan Cruz Álvarez<sup>1</sup> & Franco Salto<sup>1</sup>

(1) Centro de Mecánica Aplicada y Estructuras (CMAE), Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, Universidad Nacional de Santiago del Estero.

ruizlopezra@gmail.com, rlorefice@gmail.com, <http://www.unse.edu.ar>

**RESUMEN:** El estudio del fenómeno de adherencia en ensayos de flexión simple de piezas de hormigón armado hasta la rotura se analiza aquí a nivel mesomecánico. Se emplea un criterio explícito, involucrando en el análisis la estructura compuesta del material hormigón (agregados-pasta cementicia) e incorporando las barras de acero y su interfase con la mesoestructura, la cual determina en gran medida el comportamiento estructural del elemento tanto en estados cuasi-elásticos como en aquellas situaciones en que el material es llevado a la rotura. Los resultados de los análisis se presentan en términos de curvas carga-desplazamiento en configuraciones típicas de flexión y para secciones rectangulares en estado de tensiones planas.

### 1 INTRODUCCION

La modelación numérica es una herramienta que presenta múltiples ventajas para el desarrollo del conocimiento a través del estudio y simulaciones en gran variedad de disciplinas científicas y técnicas. En el caso de la ingeniería, el método de los elementos finitos brinda soluciones y respuestas constantemente en análisis estructurales complejos. En este trabajo se presenta una modelación a nivel mesoscópico donde es posible diferenciar agregados y mortero si se trata de hormigón simple, como también la inclusión de acero en el caso de hormigón armado. El empleo de elementos finitos de interfase permite el estudio del contacto e interacción entre diferentes las diferentes fases del material. En el presente trabajo se ha considerado una modelación explícita de las zonas de contacto entre el mortero y el agregado, entre el mortero y el acero, e incluso entre diferentes elementos de mortero. Las mallas poseen elementos triangulares convencionales de medio continuo y elementos de junta de espesor nulo, ver Vonk (1992), López (1999), López et al (2000, 2001, 2204), Lorefice et al. (2004, 2007, 2008). El estudio del fenómeno de adherencia entre el hormigón y el acero de refuerzo es de gran relevancia, dado que el éxito de la combinación y trabajo mecánico conjunto de ambos materiales se basa en la resistencia friccional y al corte de dicha interfase. El comportamiento mecánico de dicha interfase se modela mediante una ley constitutiva visco-elastoplástica basada en el modelo viscoso de

Perzyna (1966), lo cual permite una adecuada simulación de la zona de transición interfacial entre la barra de acero y el hormigón circundante, Lorefice (2007, 2008), permitiendo modelizar efectos de tasa-tiempo.

### 2 MODELACION NUMERICA

Características geométricas: malla de medidas 200x128 mm<sup>2</sup>. La barra embebida posee un diámetro de 8 mm, con una sección transversal de 0.50 cm<sup>2</sup>. La barra en la malla de hormigón armado se encuentra adherida en toda su longitud. Características de los materiales: el hormigón modelado posee un módulo de elasticidad  $E = 25000$  MPa y un coeficiente de Poisson de 0.20. El acero se representa mediante un módulo de elasticidad  $E = 200000$  MPa.

El ensayo numérico se desarrolla con control de desplazamientos ejerciendo una deformación controlada en el extremo superior derecho, simulando una carga creciente. Las condiciones de vínculo del problema se imponen en la cara opuesta de la probeta mediante imposición de desplazamientos nulos en dicho borde.

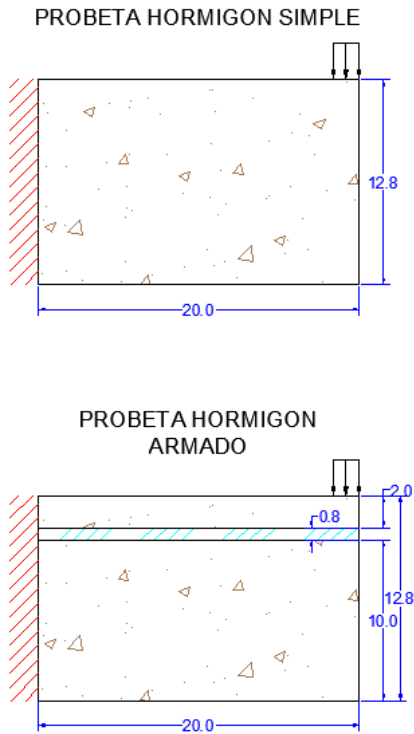


Figura 1. Geometría, cargas externas, y restricciones de borde.

En las figuras anteriores se ilustra las características de las mallas empleadas. El desplazamiento se ejerce en solo 8 nodos correspondientes a la zona superior derecha de la malla. En el caso de la malla de hormigón armado posee una barra de acero de 8 mm de diámetro que se extiende en todo el ancho de la malla, totalmente adherida al mortero circundante en toda su longitud.

### 2.1 Discretización de elementos finitos

El modelado se ha llevado a cabo utilizando elementos finitos convencionales triangulares y elementos de interfase de espesor nulo para simular la interfase entre los diferentes elementos de continuo.

Las mallas empleadas en el análisis fueron generadas considerando configuraciones típicas representativas de estructuras a nivel mesomecánico, a las cuales se les ha incorporado la interfase con el acero y los elementos de barra representativos del acero de refuerzo.

Para la incorporación de elementos de interfase se ha utilizado un algoritmo específico escrito en lenguaje de programación C. Este algoritmo permite generar la inclusión de los elementos finitos de junta a partir de una malla de elementos triangulares o cuadriláteros convencionales.

Los análisis en flexión consideran dos casos, correspondiendo el primero al de una malla de hormigón simple, la cual solo contiene elementos

de mortero y de agregado, como las juntas entre ellos. El segundo caso se simula con una malla que contiene elementos de medio continuo con parámetros mecánicos del material acero para simular hormigón armado ( $E, \nu$ ).

La malla de hormigón simple consta de 1616 nodos con los cuales se forma una poligonación de 960 triángulos mientras que la malla de hormigón armado posee 1522 nodos con los cuales se forman 960 triángulos. En esta última malla se insertaron elementos de interfase entre el acero y el mortero, asumiendo en principio un comportamiento elástico de las mismas.

En ambas mallas se dispuso de elementos de interfase entre elementos de mortero y en la zona de contacto mortero-agregado.

Tabla 1. Resumen características de mallas.

Malla		Hormigón Simple	Hormigón Armado
Elementos de Continuo	Mortero	600	552
	Agregado	360	360
	Acero	-	48
Elementos de Interfase	Mortero-Mortero	536	441
	Mortero-Agregado	180	180
	Mortero-Acero	-	48

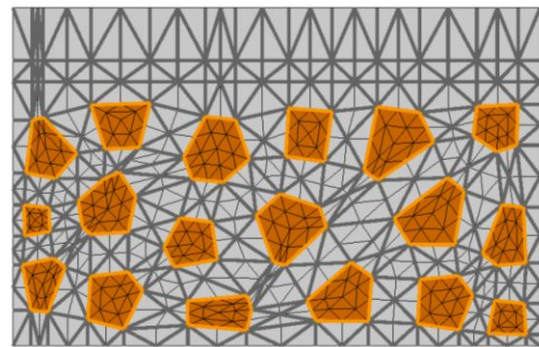


Figura 2. Malla Hormigón Simple.

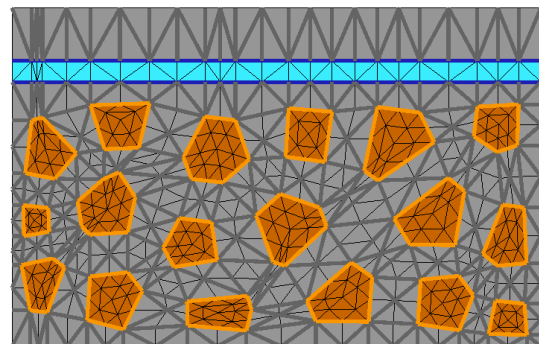


Figura 3. Malla Hormigón Armado.

En Figuras 2 y 3 se ilustran los elementos de continuo que representan el mortero, el agregado y el acero en la malla de hormigón armado. También se puede observar con diferentes colores, los elementos de interfase entre elementos de mortero, entre mortero y agregado, y entre mortero y acero.

## 2.2 Ley constitutiva de interfase

Los elementos de continuo se comportan bajo una ley constitutiva lineal elástica de Hooke, mientras que con el fin de modelar el comportamiento no-lineal de interacción mecánica en la zona de transición interfacial entre el hormigón y el acero se considera una ley constitutiva hiperbólica elasto-viscoplástica de junta apta para simular procesos de falla tiempo/tasa dependientes, ver Lorefice et al (2004, 2006, 2008), Lorefice (2007). La condición de máxima resistencia se define en el marco de la Teoría Viscoplastica de Perzyna (1966), introduciendo un término adicional en la función de fluencia inviscida de modo de introducir el efecto tasa/tiempo (se considera un exponente de Perzyna  $N=1$ )

$$F = \tau^2 - (c - \sigma \tan \phi)^2 + (c - \chi \tan \phi)^2 - \dot{\lambda} \eta \quad (1)$$

En la ecuación (1),  $\tau$  y  $\sigma$  representan las componentes tangencial y normal del vector tensión  $\mathbf{t}$  sobre la interfase en estudio,  $c$  es la cohesión aparente,  $\phi$  el ángulo de fricción interna, mientras que  $\chi$  es la resistencia a tracción uniaxial. El parámetro  $\dot{\lambda}$  representa la tasa del multiplicador viscoplastico y  $\eta$  es la viscosidad aparente del material. La ecuación (1) implica un criterio no-lineal de máxima resistencia dependiente de la velocidad de aplicación de la carga, cumpliendo a la vez con las condiciones de consistencia clásicas formuladas por Kuhn-Tucker, recuperándose la formulación elastoplástica (inviscida) si el parámetro de viscosidad  $\eta$  toma valor nulo. La tasa de liberación de energía durante el desarrollo del proceso de fractura tiempo-dependiente se puede expresar como:

$$\dot{q}^{\text{vcr}} = \mathbf{t}^T \dot{\mathbf{u}}^{\text{vcr}} \quad (2)$$

Los desplazamientos críticos tiempo-dependientes se expresan en términos de la función de potencial viscoplastico  $Q^{\text{vcr}}$  definida a partir de la superficie de fractura  $F$ , la matriz de no asociatividad  $A$  y los gradientes a la superficie de fluencia:

$$\dot{\mathbf{u}}^{\text{vcr}} = \dot{\lambda} \mathbf{A} \mathbf{n} \quad (3)$$

El gradiente de la función de fluencia viscoplastica  $\mathbf{n}$  se define como:

$$\mathbf{n} = \frac{\partial F}{\partial \mathbf{t}} = \left[ \frac{\partial F}{\partial \sigma}, \frac{\partial F}{\partial \tau} \right]^T = [2 \tan \phi (c - \sigma \tan \phi), 2\tau]^T \quad (4)$$

$A$  es una matriz de transformación que introduce la pérdida de normalidad durante la evolución de apertura de fisura  $\dot{\mathbf{u}}^{\text{vcr}}$  en la forma:

$$\mathbf{A} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, & \text{Si } \sigma \geq 0 \\ \begin{pmatrix} f_{\sigma}^{\text{dil}} f_c^{\text{dil}} & 0 \\ 0 & (1 - \left| \frac{\sigma \tan \phi}{\tau} \right|) \end{pmatrix}, & \text{Si } \sigma < 0 \end{cases} \quad (5)$$

Con

$$f_{\sigma}^{\text{dil}} = 1 - \frac{\sigma}{\sigma_{\text{dil}}} \quad (6)$$

$$f_c^{\text{dil}} = 1 - \frac{c}{c_0} \quad (7)$$

La solución del problema se plantea a partir de la condición de consistencia viscoplastica en la forma:

$$\dot{F} = \mathbf{n}^T \dot{\mathbf{t}} + \bar{r} \dot{q}^{\text{vcr}} + s \dot{\lambda} = 0 \quad (8)$$

Con:

$$\mathbf{r} = \left( \frac{\partial F}{\partial c} \frac{dc}{dq^{\text{vcr}}} + \frac{\partial F}{\partial \chi} \frac{d\chi}{dq^{\text{vcr}}} \right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial F}{\partial c} = 2 \tan \phi (\sigma - \chi) \quad (10)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \chi} = -2 \tan \phi (\sigma - \chi \tan \phi) \quad (11)$$

$$\frac{dc}{dq^{\text{vcr}}} = - \frac{c_0 e^{-\alpha c} G_f^{\text{II}}}{[(e^{-\alpha c} - 1) q^{\text{vcr}} + G_f^{\text{II}}]^2} \quad (12)$$

$$\frac{d\chi}{dq^{\text{vcr}}} = - \frac{\chi_0 e^{-\alpha \chi} G_f^{\text{I}}}{[(e^{-\alpha \chi} - 1) q^{\text{vcr}} + G_f^{\text{I}}]^2} \quad (13)$$

$$s = - \frac{\partial \varphi^{-1}(\eta \dot{\lambda})}{\partial \dot{\lambda}} = -\eta \quad (14)$$

Donde  $G_f^{\text{I}}$  y  $G_f^{\text{II}}$  representan la energía de fractura en Modo I (falla por tracción pura), y en Modo IIa (estado tensional de corte y alta compresión sin dilatación), respectivamente.

Durante el proceso de carga, la degradación de los parámetros de resistencia evoluciona en función de las expresiones dadas en las ecuaciones (12), (13) y (14).

La solución del problema no lineal se realiza mediante el Método de Newton-Raphson con la estrategia de proyección al punto más cercano o Closest Point Projection Method (CPPM), Etse et al. (1997), Carosio et al. (2000), Lorefice (2007), Lorefice et al. (2008).

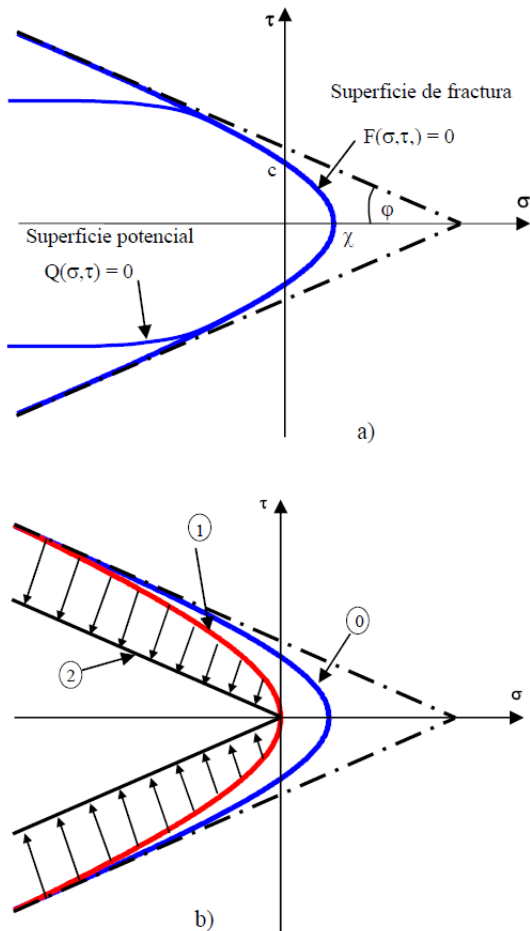


Figura 4. Superficie de fractura - modelo elasto-viscoplástico de interfase.

### 2.3 Condiciones de Borde

A fin de reproducir las restricciones del ensayo, se ha restringido el desplazamiento vertical y horizontal de todos los nodos que se encuentran en el borde derecho (borde de empotramiento). Mientras que el resto de los nodos posee libre movimiento, lo cual permite su desplazamiento y por consiguiente la deformación de los elementos y obtención de tensiones en la malla. En el caso de la malla que representa hormigón simple, el apoyo de borde se materializa por 36 nodos restringidos, mientras que por la existencia de juntas hormigón-acero en la malla que representa hormigón armado, el apoyo esta formado por 37 nodos restringidos.

### 2.4 Parámetros del ensayo numérico

Los elementos finitos convencionales representativos del medio continuo responden a una ley elástica lineal, mientras que los elementos

de interfase obedecen a la ley no lineal perfectamente elastoplástica definida en la ecuación (1). Para el hormigón se considera un modulo de elasticidad  $E = 25000$  MPa y un coeficiente de Poisson  $\nu = 0.2$ , mientras que para el acero  $E = 210000$  MPa y  $\nu = 0.3$ .

## 3 RESULTADOS OBTENIDOS

Para analizar las mallas se emplea el software DRAC, el cual ha sido modificado para incorporar la ley de junta elasto-viscoplástica descrita anteriormente. Los resultados obtenidos se procesan mediante el programa GiD (CIMNE-UPC), combinado con algoritmos de desarrollo propio en lenguaje C para el manipuleo de archivos de desplazamientos nodales, reacciones nodales y tensiones en elementos de interface. En Figura 5 se presentan a modo comparativo los resultados obtenidos con la malla de hormigón simple y con la malla de hormigón armado, donde se observa que en el primer caso se alcanza un pico de carga de más de 200 kg para un desplazamiento vertical en el extremo derecho de la probeta aproximadamente 0,0053 mm. En el caso de la malla de hormigón armado se ha superado considerablemente el pico de la malla de hormigón simple debido al efecto de sobrerresistencia introducido por la barra de acero.

Tabla 1. Resumen de resultados obtenidos.

Malla	Desp. [mm]	Carga aplicada [kg]
H° S	0,0053	207,6
H° A°	+0,025	+1104

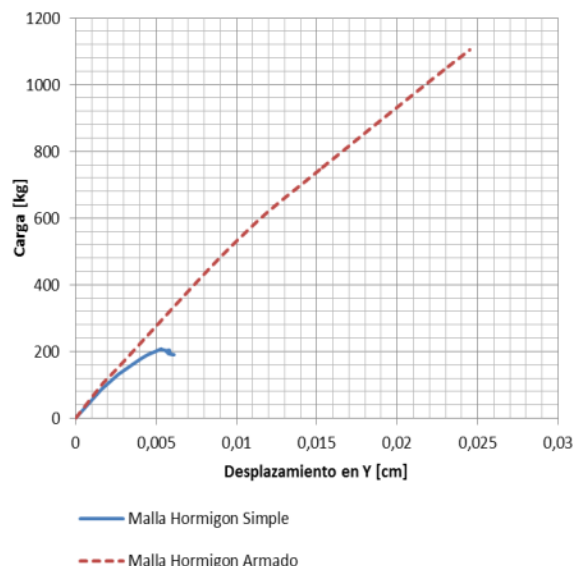


Figura 5. Curva Carga - Desplazamiento

Los mapeos de desplazamientos se procesaron mediante el software GiD, lo cual permite observar el preproceso de las mallas, y sus

respectivos datos de post proceso, ver Figuras 6 y 7. El mapeo de tensiones en los elementos de medio continuo se ilustra en Figuras 8,9,10 y 11.

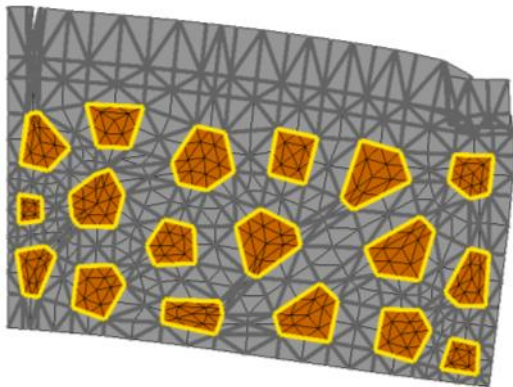


Figura 6. Malla de Hormigón Simple deformada

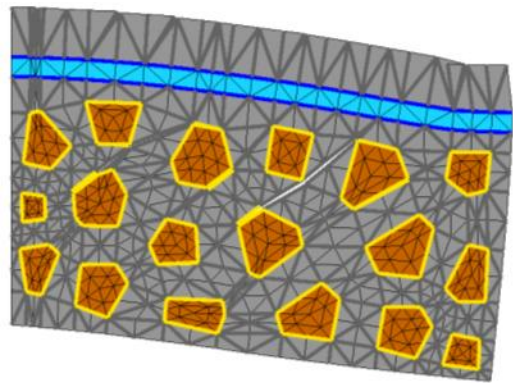


Figura 7. Malla de Hormigón Armado deformada

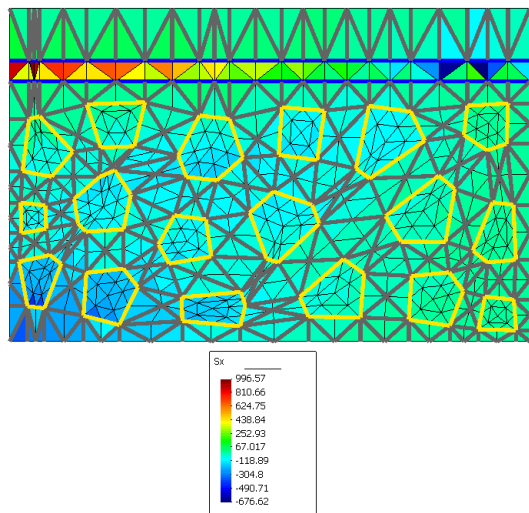


Figura 8. Tensiones Sx - Malla Hormigón Armado

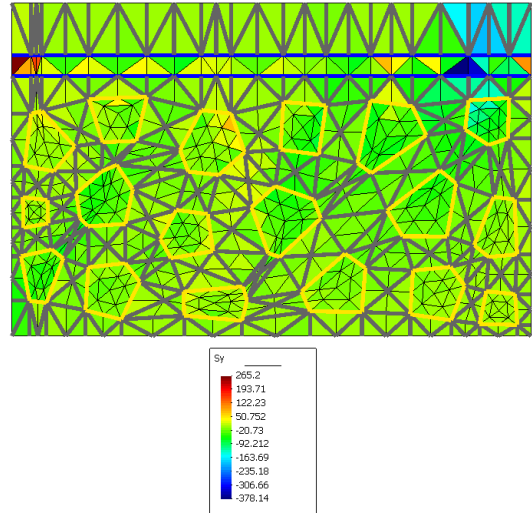


Figura 9. Tensiones Sy- Malla Hormigón Armado

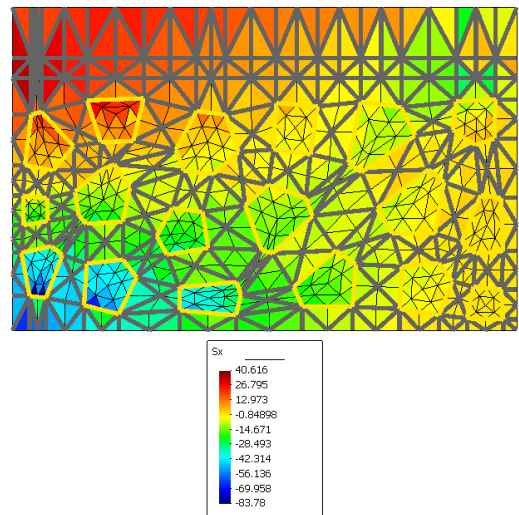


Figura 10. Tensiones Sx - Malla Hormigón Simple



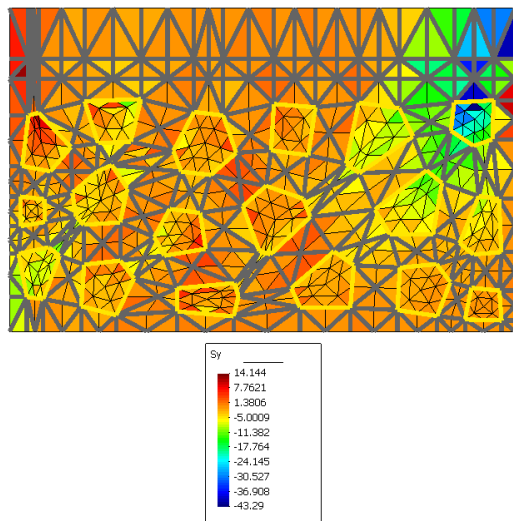


Figura 11. Tensiones  $S_y$ – Malla Hormigón Simple

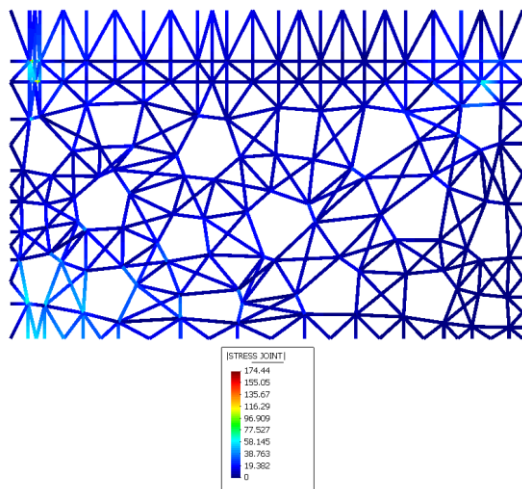


Figura 12. Tensiones en elementos de interfase – Malla Hormigón Simple

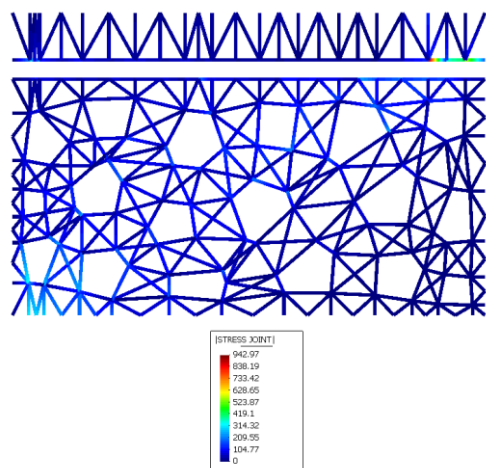


Figura 13. Tensiones en elementos de interfase – Malla Hormigón Armado

#### 4 CONCLUSIONES

Se ha presentado un enfoque numérico a nivel mesomecánico para un estudio comparativo entre un ensayo a flexión en hormigón simple y hormigón armado.

Los resultados obtenidos en este trabajo son consistentes desde el punto de vista cualitativo de la inclusión de acero en un elemento estructural de hormigón sometido a flexión. Como se observa en las gráficas, el pico de carga alcanzado con la malla que corresponde a hormigón armado supera en gran medida al obtenido en el ensayo sobre hormigón simple, lo cual pone en evidencia la influencia de la resistencia del acero al desarrollo de tensiones de tracción y su efecto sobre la respuesta mecánica del conjunto.

En cuanto a la tensión desarrollada en los elementos de interfase, se observa que los valores obtenidos en el caso de hormigón armado las tensiones alcanzan valores mayores a los obtenidos en el caso de hormigón simple.

Si bien en esta investigación no se han incluido comparaciones a nivel experimental, los resultados numéricos obtenidos son alentadores desde el punto de vista cualitativo y abren el camino a nuevos ensayos y a una calibración de los parámetros materiales del modelo a fin de ajustar la respuesta a ensayos experimentales.

#### 5 REFERENCIAS

- Lopez, C., Análisis microestructural de la fractura del hormigón utilizando elementos tipo junta. Aplicación a diferentes hormigones. Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Catalunya, Barcelona, España, 1999.
- Etse, G., & Lorefice, R. & Carosio A., & Carol, I., Rate dependent interface model formulation for quasi-brittle material, Fifth international congress on fracture mechanics of rock and concrete structures, Boulder, Colorado, USA, 2004.
- Lorefice, R. & Lopez, C., & Etse, G., & Carol, I., Estudio mesomecánico de la fractura del hormigón bajo cargas dinámicas, XIII encuentro del Grupo Español de la Fractura, España, 2005.
- Lorefice, R. & Etse, G. & Lopez, C. & Carol I., Mesomechanic Analysis of time dependent concrete behavior, EURO-C 2006, Computational Modeling of Concrete Structures, Mayrhofen, Austria, 2006.
- Lorefice, R., Modelación de la respuesta dinámica del hormigón mediante los criterios meso y macro mecánicos, Tesis Doctoral, Universidad Nacional de Tucumán, San Miguel de Tucumán, Argentina, 2007.

Lorefice, R.H. & Etse, G. & Carol, I, Viscoplastic approach for Rate-Dependent Failure Analysis of concrete joints and interfaces, *International Journal of Solids and Structures* 45, 2686-2705, 2008.

Perzyna, P, The constitutive equations for rate sensitive materials, *Quarterly of Applied Mathematics* 20, 321-332, 1963.

Stankowski, T., Numerical simulation of progressive failure in particle composites, Ph.D. Thesis, University of Colorado, Boulder, Colorado, EEUU, 1990.

Tastani, S.P., Experimental Evaluation of the direct tensión – Pullout bond test. Departmen of

Civil Engineerin, Demokritus University of Thrace Bas, Greece, 2002.

Vonk, R, Softenin of concrete loaded in compression, Ph.D. Thesis, Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven, The Netherland, 1992.