

Matemática: acciones encaradas para mejorar su enseñanza.

Héctor R. Tarifa¹; Celia M. Torres Bugeau²; Josefina E. Royo de Ovando,³ Gustavo Lores⁴

(1) *Álgebra y Geometría Analítica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Jujuy.*
hart969@hotmail.com

(2) *Álgebra y Geometría Analítica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Jujuy.*
torresbugeauc@gmail.com

(3) *Álgebra y Geometría Analítica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Jujuy.*
josefina.royo@gmail.com

(4) *Análisis Matemático II, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Jujuy.*
lores.gustavo@gmail.com

RESUMEN: Docentes de la Facultad de Ingeniería de la U N Ju. llevan a cabo el proyecto de investigación, denominado: “Acciones Complementarias para Mejorar el Conocimiento de la Matemática en Alumnos de Ingeniería. Un Aporte para Disminuir la Deserción de los Ingresantes y lograr su Avance regular en las Carreras”, cuyo propósito general es mejorar la práctica del proceso de enseñanza–aprendizaje de la matemática, buscando alternativas y tratamientos que tiendan a reducir los niveles de fracaso y deserción.

En este trabajo se presentan los resultados de acciones ya ejecutadas. Se expondrán los resultados del diagnóstico inicial que estuvo referido a las dificultades y errores en los conocimientos matemáticos detectados en los alumnos que ingresan a la Facultad de Ingeniería. A partir de este diagnóstico se realizó una experiencia superadora de la práctica docente, en dos comisiones, de práctica, de la asignatura Álgebra y Geometría Analítica de primer año.

La experiencia que se describirá, se articula en el marco del proyecto nombrado en el primer párrafo, con otra actividad que se realiza en la asignatura Análisis Matemático II, en la cual se realizó un proceso de cambio en la metodología de la comunicación educativa apoyado en las TIC.

1.- EL PUNTO DE PARTIDA

Cuando los resultados obtenidos, no coinciden con las expectativas de logros planificadas por el docente, entonces se reflexiona sobre el diario accionar y se plantea cómo mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Las dificultades que presentan los alumnos en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática están vinculadas a diversos factores. Las que se generan en la terna alumno–docente–saber matemático, son de un interés particular ya que en ellas se puede incidir, modificándolas y así alcanzar satisfactoriamente los objetivos que el docente se propone al iniciar su tarea.

Las producciones de los estudiantes son una fuente de información sobre como ellos construyen el conocimiento matemático, el análisis de estas producciones provee de parámetros que pueden ayudar a inferir que estrategias se utilizan ante determinadas situaciones ó bien, detectar posibles obstáculos epistemológicos.

Por lo tanto es conveniente observar tanto procedimientos como resultados, interesarse en la frecuencia, en la coherencia y en la reproductibilidad de los errores. Como así también observar las

estrategias incorrectas de resolución, es decir, considerar el error como la presencia de un esquema cognitivo inadecuado y no solamente como la falta de un conocimiento específico o el efecto del azar, el desinterés, o la falta de atención.

La categorización de los errores detectados permite centrar la atención en aquellos aspectos más importantes de estos; hacer conjeturas o inferencias de los procesos mentales de los alumnos; las estructuras en que se van organizando los conocimientos y cuáles son las principales dificultades a las que se enfrenta el docente a la hora de enseñar matemática.

Romero, Rico (1.997) citando a Socas, indica:

“Estas dificultades se conectan y refuerzan en redes complejas que se concretan en la práctica en forma de obstáculos y se manifiestan en los alumnos en forma de errores”

Los párrafos anteriores justifican el hecho de haber decidido detectar, clasificar y analizar los errores cometidos por los alumnos, que rindieron el Curso de Nivelación, que se dicta en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Jujuy.

Cuatro son las líneas de investigación en torno a las cuales se pueden articular los estudios e

investigaciones relativas a errores en el aprendizaje de la matemática.

En la primera línea se encuentran los estudios que tienen como objetivo analizar errores, determinar causas que los producen o elementos que los explican, elaborar taxonomías o clasificaciones de errores detectados. Aquí también se incluyen los trabajos que tratan de establecer causas estructurales para los errores debido a la propia naturaleza del conocimiento matemático con exclusividad sobre cualquier otro argumento y que poseen un planteamiento netamente epistemológico o estrictamente matemático.

La categorización de los errores detectados permite centrar la atención en aquellos aspectos más importantes de estos; de este modo se puede brindar una evaluación y diagnóstico más eficaz para lograr los objetivos que el docente pretende alcanzar.

Si bien existen una gran variedad de clasificaciones y taxonomías de los errores en las producciones matemáticas, en este trabajo, se utilizó la realizada por Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar. Estos autores hacen una clasificación empírica de los errores cometidos por los alumnos de secundaria, basándose en un análisis constructivo de las soluciones que brindaron los mismos.

De acuerdo con la metodología propuesta, determinan seis categorías descriptivas para clasificar los errores encontrados. Estas categorías son:

Datos mal utilizados.

Se incluyen aquí aquellos errores que se han producido por alguna disparidad entre los datos que aparecen en la situación planteada y el tratamiento que le dio el alumno.

Interpretación incorrecta del lenguaje.

Categoría conformada por los errores debido a una traducción incorrecta de hechos matemáticos descriptos en un lenguaje simbólico a otro lenguaje simbólico distinto.

Inferencias no válidas lógicamente.

Esta categoría incluye aquellos errores que se producen por falacias de razonamiento y no se deben al contenido específico.

Teoremas o definiciones deformados.

Se incluyen aquí aquellos errores que se producen por deformar de un principio, regla o definición conocido.

Falta de verificación en la solución.

Se incluyen aquí los errores que se presentan cuando cada paso en la realización de la tarea es correcta, pero el resultado final no es la solución de la pregunta planteada, si el estudiante hubiese contrastado la solución con el enunciado el error habría podido evitarse.

Errores Técnicos.

Se incluyen en esta categoría los errores de cálculo, errores al tomar datos de una tabla, errores en la

manipulación de símbolos algebraicos y otros derivados de la ejecución de algoritmos básicos.

Los trabajos de la segunda línea proponen la organización de la enseñanza de la matemática considerando al error como un elemento destacable y potencialmente útil. Aquí se encuentran las investigaciones dedicadas al tratamiento curricular de los errores en el aprendizaje de la matemática.

La tercera línea está conformada por un campo de trabajo que se está desarrollando y es el que incluye los trabajos que tratan de determinar qué papel juegan la observación, el análisis, la interpretación y el tratamiento de los errores en la formación de futuros profesores de matemática.

En la última línea se incluyen los trabajos que tienen un carácter técnico que implementan una determinada clase de análisis sobre errores. Por ejemplo los trabajos que elaboran programas de ordenadores para sustentar la interpretación de los errores y que están basados en la teoría del procesamiento humano de la información.

1.1.- El estudio.

La población de análisis, fueron 405 exámenes, que rindieron los alumnos del Curso de Nivelación. Las evaluaciones incluyen básicamente temas correspondientes al nivel medio o polimodal y estaban estructurada en dos partes: la primera conformada por ejercicios de opción múltiple y otros en donde el alumno debía completar con la respuesta correcta; en la segunda parte, objeto del estudio, se solicitaba la resolución de diversos ejercicios y situaciones problemáticas.

El estudio comprendió los siguientes contenidos de álgebra: ecuación de la recta, sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, expresiones algebraicas enteras y expresiones algebraicas racionales.

La elaboración del análisis y diagnóstico de las dificultades y errores detectados se llevó a cabo por medio de un estudio estadístico, por lo tanto la naturaleza del trabajo fue diagnóstica descriptiva. Tuvo como primer objetivo: determinar el rendimiento del grupo de alumnos en los contenidos ya nombrados, para lo cual, cada ejercicio analizado se calificó según las siguientes categorías:

No resuelve.

No se encontró procedimiento alguno que evidencie la intención de dar solución a la situación planteada.

Mal.

La resolución propuesta por el alumno no concuerda con lo solicitado en la consigna o se realizaron procedimientos matemáticamente incorrectos.

Regular.

Existen en la resolución propuesta errores que no alteran significativamente el resultado final del ejercicio o bien la resolución está incompleta.

Bien.

La ó las estrategias propuestas para la resolución son correctas, como también los procedimientos ejecutados.

ANÁLISIS COMPARATIVO

Se presenta en primera instancia los resultados generales obtenidos, mediante los cuales se pudo analizar el rendimiento de los alumnos.

Ejercicio	Calificación ⇒	No Resuelve	Mal	Regular	Bien
1.- Ecuación de la recta		89	219	17	80
2.- Expresión. Algebraica Entera		71	124	67	143
3.- Sistema de ecuaciones		35	189	39	142
4.- Expresión. Algebraica Racional		43	284	38	40
Totales		238	816	161	405

Tabla 1. Calificación total por ejercicio.

Se puede observar que el mejor rendimiento, de los alumnos, se obtuvo en los temas: expresiones algebraicas enteras y sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. En ambos casos aproximadamente el 35% de los alumnos realizó un procedimiento correcto para la resolución de los ejercicios referidos a los correspondientes temas.

En los temas ecuación de la recta y expresiones algebraicas racionales, el grupo de alumnos tuvo un rendimiento inferior ya que el 54% y el 70% respectivamente, realizó un procedimiento matemáticamente incorrecto.

El gráfico correspondiente a la tabla anterior es el siguiente.

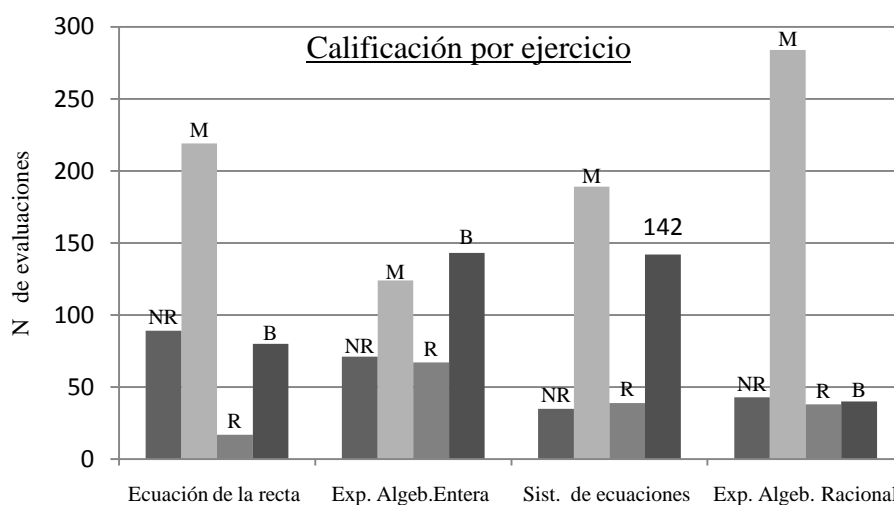


Gráfico 1. Frecuencias de las calificaciones totales.

El siguiente cuadro presenta los porcentajes de los errores observados y que se distribuyeron en cada una de las siguientes categorías, utilizadas para clasificar los errores: Datos mal utilizados (D.M.U.), Interpretación incorrecta del lenguaje matemático (I.I.L.M.), Teoremas o definiciones deformados (T.D.D.), Errores técnicos (E.T.).

Cabe aclarar que las categorías: Inferencias no válidas lógicamente y Falta de verificación en la solución no fueron utilizadas debido a las características que presentaron las situaciones planteadas en las evaluaciones que se analizaron.

Errores / Ejercicio	Ecuac. de la recta	Exp. Alg. entera	Sist. de ecuaciones	Exp Alg. racional
D.M.U.	51	12	35	2
I.I.L.M.	14	52	34	–
T.D.D.	13	2	2	83
E.T.	8	29	19	44

Tabla 2. Total de errores por categorías.

Esto permite realizar las siguientes observaciones:
La categoría con mayor porcentaje de errores, fue: teoremas o definiciones deformadas en el ejercicio referido a expresiones algebraicas racionales. Los grandes inconvenientes fueron dos; en primer lugar no poder diferenciar fórmulas básicas en el álgebra ya que se confundió por ejemplo la suma o diferencia de dos cubos con el cubo de una suma o de una diferencia. En segundo lugar se pudo observar una gran falencia en la manipulación de símbolos algebraicos al ejecutar algoritmos relacionados con expresiones algebraicas racionales.

A pesar de que el grupo obtuvo un buen rendimiento en el ejercicio de expresiones algebraicas enteras, se observa que en el mismo hay un alto porcentaje (52%) de errores del tipo interpretación incorrecta del lenguaje matemático.

Se destacan los datos mal utilizados en el ejercicio de ecuación de la recta. Esto significa que hubo diferencias considerables entre el significado de los datos que aparecieron en el enunciado y el tratamiento que le dio el alumno al intentar resolver la situación.

Se pone de manifiesto que fueron muchos los alumnos que aún no han superado ciertas dificultades provenientes de la aritmética, como son las operaciones entre números reales, regla de los signos de las operaciones, etc. todos ellos reunidos como errores técnicos.

LA EXPERIENCIA SUPERADORA

Tomando en cuenta lo manifestado por Bachelard (1983), quien señala a lo largo de su obra: *La Formación del Espíritu Científico*, algunas reflexiones que, para este caso, vale la pena mencionar.

“No hay verdad sin error rectificado. El error solo es reconocible a posteriori. Es el pasado de la razón que vuelve sobre sí misma para juzgarse”.

Al situarnos precisamente, en el ámbito de la enseñanza del Álgebra, nos ha interesado utilizar a los errores, como punto de partida para el estudio, sistematización, análisis y explicación de algunos de ellos que se presentan más frecuentemente en el pensamiento algebraico de los estudiantes de ingeniería.

Por otro lado, Rico (1995), establece: “[...] Cabe señalar que los errores pueden contribuir positivamente en el proceso de aprendizaje, estos surgen en un marco conceptual consistente y que es necesario modificar. Otra cuestión que es necesario modificar, es la tendencia a condenar los errores, culpando a los estudiantes de los mismos, por el solo hecho de cometerlos; reemplazándola por la previsión de errores y su consideración en el proceso de aprendizaje [...]”

Parafraseando a Rico (1995), el acto educativo es potencialmente generador de errores.

Como consecuencia de las reflexiones anteriores, admitimos que a partir de la reflexión sobre sus errores, los jóvenes aprenden distintas propiedades de un concepto de las que no eran previamente conscientes.

Ausubel (1989) considera que se debe tener en cuenta que los errores, aparte de que se presentan de manera sistemática, aparecen como un elemento común, generador de nuevos conocimientos y que además éstos, deben ser genuinos. A diferencia del aprendizaje memorístico o repetitivo, el aprendizaje significativo, por el contrario, tiene lugar cuando se intenta dar sentido o establecer relaciones entre los nuevos conceptos y los ya existentes, o con alguna experiencia anterior. De esta manera, los estudiantes, construyen su propio conocimiento en la medida que están interesados y decididos a enfrentar nuevos retos de aprendizaje.

La clave del aprendizaje significativo está en establecer una relación entre el nuevo material y las ideas ya existentes en la estructura cognitiva de los alumnos. Cuando el estudiante muestra interés en dedicarse a un aprendizaje en el que intenta dar sentido a lo que aprende, hay consecuentemente una tendencia del alumno al aprendizaje significativo.

Estos planteos nos dieron el puntapié inicial precisamente para darle sentido a esta propuesta superadora, ya que el diseño de la misma tuvo como objetivo superar ciertas falencias y colaborar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los alumnos. Por lo tanto y en base a lo expuesto, en el transcurso del año 2012 (en el 2° cuatrimestre), se planteó esta nueva experiencia, a un grupo de alumnos que cursaban la materia Álgebra y Geometría Analítica.

Se propuso la implementación de un dictado diferenciado y optativo en dos comisiones de trabajo

práctico de la asignatura mencionada, proponiendo prácticas que contenían una selección de ejercicios a los cuales los alumnos debían resolver justificando cada paso realizado, completando definiciones, escribiendo una definición o alguna propiedad, respondiendo con verdadero o falso, indicando una relación, solucionando una situación problemática, etc.

Cabe destacar que al comienzo de la propuesta, se sumaron bastantes alumnos, pero como la experiencia era optativa, en realidad, los alumnos que participaron hasta el final fueron disminuyendo a lo largo del proceso y quedaron aquellos que tenían entusiasmo y eran responsables y dedicados.

Los prácticos fueron trabajados durante las clases, formando grupos de no más de cuatro integrantes cada uno y que debían ser presentados al final de cada clase.

Los temas tratados fueron: transformaciones lineales, circunferencia y parábola, elipse e hipérbola, elipsoides, hiperboloides y paraboloides, superficies esféricas, cilíndricas y cónicas. Se seleccionaron estos temas debido a que son los que corresponden al dictado del tercer módulo de la guía de trabajos prácticos.

Se contó con la colaboración de los docentes Auxiliares de la cátedra quienes por su contacto cotidiano con los alumnos aportaron una valiosa información que permitió que el equipo vaya haciendo los ajustes necesarios, en los prácticos siguientes.

Luego de la experiencia, se realizó un análisis de los trabajos presentados por los alumnos que participaron en la misma, con el fin de describir, analizar e interpretar sus elaboraciones.

LA EVALUACIÓN DE LA EXPERIENCIA

Respecto al análisis que se hizo sobre los trabajos prácticos optativos y diferenciados, se observó que los alumnos contestaron satisfactoriamente las preguntas teóricas que requerían una definición o escribir una ecuación u opción de verdadero ó falso. Esta práctica los ayudó a detenerse en cada tema teórico, leer, revisar sus apuntes para poder contestar las preguntas que allí se presentaban. Sin embargo los resultados no fueron buenos en preguntas que requirieron un razonamiento o algún tipo de análisis, con lo cual se puede inferir que no hay una internalización del conocimiento. Además, en muchos de los casos, los alumnos no analizaron

detenidamente lo que se planteaba y/o no interpretaban correctamente las consignas, ya que en reiteradas ocasiones, era evidente la ansiedad por “resolver”, por realizar la parte algorítmica, antes de conocer claramente qué se solicitaba en el enunciado. En lo que se refiere a los ejercicios prácticos, no manifestaron dificultades para desarrollar los mismos, sobre todo en aquellos ejercicios que tenían una relación directa con la parte teórica que se repasaba en los prácticos especiales.

Se puede decir que el desempeño de los alumnos en la práctica depende, en gran medida, de los conocimientos que tengan acerca de la teoría pertinente, donde es sumamente necesario: leer, revisar, resumir los conceptos teóricos, relacionar los conceptos de un mismo tema, etc.

Otra cuestión que puede mencionarse es que, en algunas oportunidades que podrían haber verificado sus resultados para probar la veracidad de las respuestas obtenidas, no lo hicieron, esto indica que se debe seguir acrecentado la formación de un espíritu crítico y de análisis, que les permita fundamentar su tarea.

Se observó que los alumnos que no tuvieron un buen desempeño en la parte teórica, se abstuvieron de presentar la parte práctica.

El grupo que participó se encontraba formado por alumnos que, debido a la participación voluntaria, eran dedicados, responsables y con gran preocupación en lo que se refiere a llevar adelante el estudio de la materia. Tanto es así, que se brindaron con entusiasmo en la experiencia y manifestaron [...] “nos hubiera gustado que la propuesta se hiciera desde el comienzo de la materia, o sea con los dos primeros módulos” [...] “esta experiencia nos ayudó a estudiar y fue muy beneficiosa para preparar el parcial”.

Del total de alumnos que participaron en la experiencia, observando el desempeño con relación al 1° y 2° parcial, se obtuvieron los siguientes resultados. En el último parcial de práctica se registraron las siguientes situaciones: 51% aprobaron con una nota mayor a la obtenida en los parciales anteriores, el 22% aprobaron con notas similares y el 27% obtuvo una nota inferior. Sin embargo con respecto a este último porcentaje, el 27% regularizó la materia mientras que el 13% la promocionó.

Se muestra a continuación el gráfico referente a los resultados totales del grupo testigo que realizó la experiencia.

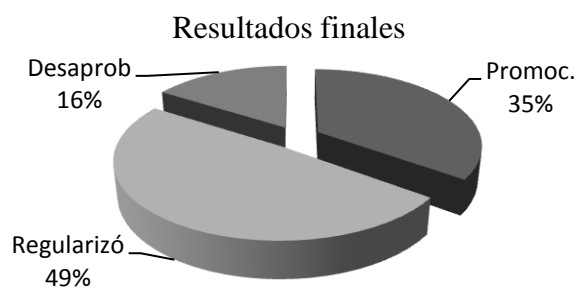


Gráfico 2. Gráfico de resultados totales

Este análisis nos muestra que el 49% de los alumnos participantes, regularizaron la materia y el 35% la promocionaron; esto hace que el 84% de los participantes obtuvo una actuación satisfactoria.

Realizando un análisis más detallado de los alumnos que promocionaron y de los que regularizaron la materia, se obtuvieron los siguientes porcentajes que se presentan en la tabla y gráfico correspondiente.

	Promocionaron (%)	Regularizaron (%)
Mejoraron Nota	64	60
Mantuvieron Nota	26	26
Desmejoraron Nota	10	14
Totales	100	100

Tabla 3. Detalle del grupo de alumnos

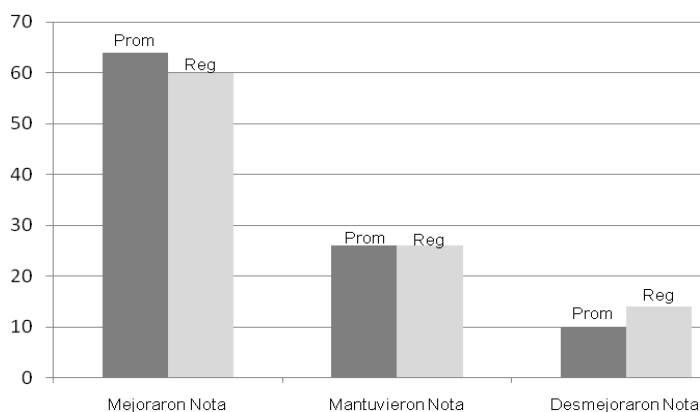


Gráfico 3. Gráfico detalle del grupo de alumnos

En este gráfico, se puede observar claramente el desempeño de los alumnos, en sus notas de las evaluaciones parciales posteriores a la realización de la experiencia. Cabe destacar que más del 60% acreditaron las pruebas con una clara mejoría respecto de las evaluaciones anteriores y por otro lado más del 25 % mantuvieron las notas y los restantes si bien desmejoraron la nota, aun así aprobaron las evaluaciones.

CONCLUSIONES

Los alumnos respondieron positivamente a la experiencia y participaron de las actividades, completando los trabajos solicitados, preguntando acerca de los ejercicios y haciendo consultas sobre las respuestas teóricas correspondientes. Los primeros prácticos diferenciados, fueron completados en su totalidad, no ocurrió lo mismo con los que se fueron planteando a continuación. La participación de alguna manera fue disminuyendo hacia el final del módulo, por diversos motivos: o porque

comenzaron a rendir las evaluaciones parciales de las materias que cursan, ó por mayor carga horaria debido a la incorporación de nuevas materias en el segundo cuatrimestre ó por razones personales.

Sin embargo, si bien no presentaban los trabajos completos, concurrían a las clases de consultas de la materia, tanto en teoría como en práctica con los profesores de teoría y los auxiliares docentes respectivamente; para preguntar acerca de dudas e inconvenientes. Esta actitud permitió mejorar la interacción con los estudiantes y fortalecer los vínculos con los docentes, lo que genera una situación muy favorable para el estudiante ya que es un encuentro más personalizado.

Se considera que las acciones conreadas, fueron fructíferas puesto que los porcentajes de alumnos que participaron de la experiencia y lograron promocionar o regularizar la materia, fue

satisfactoria; esto se puede apreciar en la tabla N° 3 y su correspondiente grafico.

Se ha propuesto extender, los trabajos diferenciados, a un grupo mayor de alumnos, invitándolos a sumarse a la experiencia e incitándolos a una mayor participación a las clases de consultas para poder tener un contacto más cercano con los docentes y así poder sacar todas sus dudas.

Si bien concretar todas las actividades planificadas, comprometió un tiempo adicional tanto a los docentes, en la preparación del material, como a los alumnos para hacer los prácticos, leer y revisar los apuntes de teoría y la bibliografía, recomendada, puntualmente para cada trabajo práctico; es menester destacar que el tiempo dedicado a estas actividades no es perdido, sino que por el contrario es ganancia para el futuro, tanto en tiempo, como en calidad del aprendizaje.

REFERENCIAS

Ausubel, D. P. & J. D Novak & H. Hanesian. *Psicología Educativa*. Editorial Trillas. México. 1989.

Bachelard, G. *La Formación del Espíritu Científico*. Editorial Siglo XXI. México. 1983

Chemello, Graciela & A. Díaz *Matemática. Metodología de la enseñanza. Parte II*. Ministerio de Cultura y Educación de la Nación. CONICET. Argentina. 1.997.

De la Torre, S. *Aprender de los Errores*. Escuela Española. España. 1993.

Godino, J. D. & C. Batanero. *Fundamento de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Granada. España. Febrero 2.003.

Hernández Sampieri, R. & otros. *Metodología de la Investigación*. Mc. Graw Hill Editorial. Buenos Aires. Argentina.

Kilpatrick, J; & P. Gómez & L. Rico. *Educación Matemática*. México: Grupo Editorial. 1995.

Mancera, E. *Errar es un placer*. Grupo Editorial Iberoamérica. México. 1998.

Pierre, Jean. *El error, un medio para enseñar*. Diada Editorial. España. 1999.

Popper, K. R. *Los dos problemas fundamentales de Epistemología*. Editorial Tecnos. México. 1998.

Rico Romero, L. & E., Castro. *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Universidad de Barcelona. Instituto de Ciencias de la Educación. Horsori Editorial. España. 1.997.