

# Metaheurísticas: Planteo del TSP mediante algoritmo ACO

Gloria L. Quispe<sup>1</sup>, José D. Ontiveros<sup>1</sup> & Nilda M. Pérez Otero<sup>1</sup>

(1) *Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Jujuy.*

[glquispe@gmail.com](mailto:glquispe@gmail.com), [jdaniel\\_ontiveros@yahoo.com.ar](mailto:jdaniel_ontiveros@yahoo.com.ar); [nilperez@fi.unju.edu.ar](mailto:nilperez@fi.unju.edu.ar)

**RESUMEN:** Las metaheurísticas pueden concebirse como estrategias generales de diseño de procedimientos heurísticos para la resolución de problemas con un alto rendimiento. Las estrategias metaheurísticas se refieren al diseño de alguno de los tipos fundamentales de procedimientos heurísticos de solución de un problema de optimización. En este trabajo se presenta una introducción sobre las metaheurísticas, desde el punto de vista de su estudio teórico y los fundamentos para su uso. Se profundiza en el análisis del desarrollo del problema del viajante de comercio (TSP), que juega un rol importante en los algoritmos de optimización basados en colonias de hormigas (ACO) porque fue el primer problema en ser atacado con estos métodos.

## 1 INTRODUCCIÓN

### 1.1 Heurísticas en optimización

En Optimización Matemática (y en Investigación Operativa), el término heurístico se aplica a un procedimiento de resolución de problemas de optimización con una concepción diferente: una heurística es un procedimiento que busca soluciones buenas (es decir, casi óptimas) a un costo computacional razonable, aunque sin garantizar factibilidad u optimalidad de las mismas. En algunos casos, sin poder determinar qué tan cerca del óptimo se encuentra una solución factible en particular. (Hernández Hernández, 2013)

### 1.2 Heurísticas en IA

En Inteligencia Artificial (IA) se emplea el calificativo heurístico en un sentido muy genérico, para aplicarlo a todos aquellos aspectos que tienen que ver con el empleo de conocimiento en la realización dinámica de tareas.

Se habla de heurística para referirse a una técnica, método o procedimiento inteligente, capaz de realizar una tarea que no es producto de un riguroso análisis formal, sino de conocimiento experto sobre la tarea. (Moreno Pérez, 2004).

En especial, se usa el término heurístico para referirse a un procedimiento que trata de aportar soluciones a un problema con un buen rendimiento, en lo referente a la calidad de las soluciones y a los recursos empleados.

### 1.3 Estrategias de la IA

En la resolución de problemas específicos han surgido procedimientos heurísticos exitosos, de los que se ha tratado de extraer lo que es esencial en su éxito para aplicarlo a otros problemas o en contextos más extensos.

Como ha ocurrido claramente en diversos campos de la IA, en especial con los sistemas expertos, esta línea de investigación ha contribuido al desarrollo científico del campo de las heurísticas y a extender la aplicación de sus resultados. (Melián et al., 2003).

De esta forma se han obtenido, tanto técnicas y recursos computacionales específicos, como estrategias de diseño generales para procedimientos heurísticos de resolución de problemas. (Moreno Pérez, 2004)

### 1.4 Conceptos de metaheurísticas

Las metaheurísticas son métodos que integran de diversas maneras procedimientos de manera local y estrategias de alto nivel para crear un proceso capaz de escapar de óptimos locales y realizar una búsqueda robusta en el espacio de búsqueda (Glover & Kochenberger, 2003).

Una metaheurística es un conjunto de conceptos que pueden ser usados para definir métodos heurísticos que pueden ser aplicados a una amplia variedad de problemas. (Osman & Kelly, 1996).

Una metaheurística puede ser vista como un marco general algorítmico, el cual puede ser aplicado a diferentes problemas de optimización con mínimos cambios para ser adaptado a un problema específico. (Leguizamón, 2012).

Los algoritmos metaheurísticos son algoritmos aproximados de optimización y búsqueda de propósito general. Son procedimientos iterativos

que guían una heurística subordinada combinando de forma inteligente distintos conceptos para explorar y explotar adecuadamente el espacio de búsqueda (Herrera, 2012).

Específicamente en IA, las metaheurísticas son estrategias generales para construir algoritmos, que quedan por encima de las heurísticas, y van algo más allá. Pueden integrarse como un sistema experto para facilitar su uso genérico a la vez que mejorar su rendimiento.

El resto del artículo está organizado de la siguiente manera: en la sección 2, se hace una descripción de los tipos de problema NP-hard y NP-completo, en la sección 3 se presenta el desarrollo de las metaheurísticas, en la sección 4, se describe el problema propuesto, en la sección 5 se consignan las conclusiones y finalmente en la sección 6 se indican las referencias.

## 2 NP-HARD Y NP-COMPLETO

### 2.1 Problemas NP-hard

En teoría de la complejidad computacional, la clase de complejidad NP-hard (o NP-complejo, o NP-difícil) es el conjunto de los problemas de decisión que contiene los problemas  $H$  tales que todo problema  $L$  en NP puede ser transformado polinomialmente en  $H$ . Esta clase puede ser descrita como conteniendo los problemas de decisión que son al menos tan difíciles como un problema de NP. Esta afirmación se justifica porque si podemos encontrar un algoritmo  $A$  que resuelve uno de los problemas  $H$  de NP-hard en tiempo polinómico, entonces es posible construir un algoritmo que trabaje en tiempo polinómico para cualquier problema de NP ejecutando primero la reducción de este problema en  $H$  y luego ejecutando el algoritmo  $A$ .

A menos que  $NP=P$ , los problemas NP-hard no tienen algoritmos polinomiales por lo que un algoritmo que los resuelva en forma exacta puede tardar un tiempo prohibitivo. Así que debemos conformarnos con algoritmos polinomiales que den soluciones aproximadas. En ese caso, existen dos categorías de tales algoritmos: algoritmos de aproximación y algoritmos heurísticos (Garey & Johnson, 1990).

### 2.2 Problemas NP-completos

En teoría de la complejidad computacional, la clase de complejidad NP-completo es el subconjunto de los problemas de decisión en NP tal que todo problema en NP se puede reducir en cada uno de los problemas de NP-completo. Se puede decir que los problemas de NP-completo

son los problemas más difíciles de NP y muy probablemente no formen parte de la clase de complejidad P. La razón es que de tenerse una solución polinómica para un problema NP-completo, todos los problemas de NP tendrían también una solución en tiempo polinómico. Si se demostrase que un problema NP-completo, llamémoslo  $A$ , no se pudiese resolver en tiempo polinómico, el resto de los problemas NP-completos tampoco se podrían resolver en tiempo polinómico. Esto se debe a que si uno de los problemas NP-completos distintos de  $A$ , digamos  $X$ , se pudiese resolver en tiempo polinómico, entonces  $A$  se podría resolver en tiempo polinómico, por definición de NP-completo. Ahora, pueden existir problemas en NP y que no sean NP-completos para los cuales exista solución polinómica, aun no existiendo solución para  $A$  (Garey & Johnson, 1990).

La relación entre problemas P, NP-Hard y NP-Completo puede apreciarse en la Fig. 1.

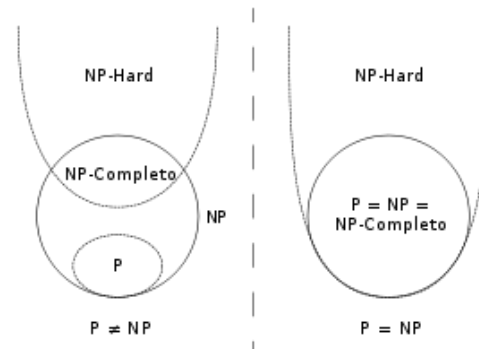


Figura 1. Diagrama de Euler de las familias de problemas P, NP, NP-completo, y NP-hard.

## 3 METAHEURÍSTICAS

Debido a la gran importancia de los problemas de optimización, a lo largo de la historia de la informática se han desarrollado múltiples métodos para tratar de resolverlos. Inicialmente, las técnicas se pueden clasificar en exactas y técnicas aproximadas. Las técnicas exactas garantizan encontrar la solución óptima para cualquier instancia de cualquier problema en un tiempo acotado. El inconveniente de estos métodos es que el tiempo necesario para llevarlos a cabo, aunque acotado, crece exponencialmente con el tamaño del problema, ya que la mayoría de éstos son NP-Completo. Esto provoca en muchos casos que el tiempo necesario para la resolución del problema sea inabordable (cientos de años). Por lo tanto, los algoritmos aproximados para resolver estos problemas están recibiendo una atención cada vez mayor por parte de la comunidad internacional a lo largo de los

últimos 30 años. Estos métodos sacrifican la garantía de encontrar el óptimo a cambio de encontrar una buena solución en un tiempo razonable.

Mientras que las metaheurísticas representan una familia de técnicas de optimización aproximadas con un importante grado de desarrollo en las últimas dos décadas. Proveen soluciones aceptables en tiempos razonables para resolver problemas difíciles y complejos. (Leguizamón, 2012).

Algunas de la metaheurísticas más utilizadas en la actualidad son (Talbi, 2009):

- Algoritmos Genéticos (AG)
- Algoritmos Evolutivos
- Ant Colony Optimization (Algoritmos ACO)
- Particle Swarm Optimization (Optimización basada en Enjambre de Partículas)
- Sistemas Inmunes Artificiales
- Tabu Search (Búsqueda Tabú)
- Simulated Annealing (SA) (Recocido Simulado)
- Iterated Local Search (Búsqueda Local Iterada)
- Variable Search Neighborhood (Búsqueda con Vecindario Variable)
- GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure)

#### 4 DESARROLLO DE PROBLEMA A PROPONER

Los especialistas en matemática clasifican a los problemas en cuanto a la dificultad que hay para resolverlos mediante la teoría de la complejidad. Esta teoría clasifica el problema de acuerdo con los ejemplos más difíciles que se pueden encontrar de él. Pero la complejidad no está sólo relacionada con la dificultad de encontrar un algoritmo y una serie de ecuaciones para un problema determinado sino también por la dificultad de implementar la solución encontrada (Ramos, 2010).

Hay diferentes clases de problemas, y para cada uno de ellos existe un método o algoritmo apropiado para cada uno de ellos. Para el desarrollo de algunos problemas a proponer se hará uso de los algoritmos acorde a cada problema propuesto, por ello se hace referencia al problema del viajante de comercio como ejemplo a seguir en el presente artículo.

En el problema del viajante de comercio, Traveling Salesman Problem (TSP) existe un conjunto de  $n$  ciudades (nodos),  $V = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ , y un conjunto de caminos (arcos) uniendo cada una de las ciudades, así el camino  $(i, j) \in A$ ,

$c_{ij}$  es la “distancia” (función objetivo) para ir de la ciudad  $i$  a la ciudad  $j$  ( $c_{ij}$  no necesariamente es igual a  $c_{ji}$ ). Un viajante debe realizar un tour (recorrido) comenzando en una cierta ciudad de origen y luego visitar todas las otras ciudades una única vez y retornar a la ciudad de origen. El problema consiste en hallar el tour de distancia mínima evitando subtours.

El problema del TSP tiene el siguiente modelo matemático:

$$\min z(x) = \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}$$

s. a.:

$$\sum_{\{i:(i,j) \in A\}} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V$$

$$\sum_{\{j:(i,j) \in A\}} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V$$

$$\sum_{\{(i,j) \in A: i \in U, j \in (V-U)\}} x_{ij} \geq 1 \quad 2 \leq |U| \leq |V| - 2$$

Para el problema citado, consiste en poder encontrar el orden en el cual debe visitar a cada una de las ciudades para minimizar la distancia recorrida. Pero se debe tener en cuenta, que según la cantidad de ciudades y la distribución de las mismas en el plano se puede complicar muchísimo. Tanto, que la teoría de la complejidad clasifica al problema del viajante como NP-hard (NP = no determinístico polinomial). Todos los problemas pertenecientes a la clase NP-hard son difíciles. Cualquier algoritmo que se conoce para resolver el problema lleva un número exponencial de pasos (aproximadamente  $2^n$ ) en el peor de los casos. Esta clasificación es muy importante en el sentido de la resolución numérica, en cuanto a la cantidad de tiempo que llevara resolverlo exactamente.

No se cree que exista un algoritmo eficiente que pueda resolver todos los problemas del viajante de comercio. Por eficiente se entiende un algoritmo que demore una cantidad razonable de tiempo, siempre se puede encontrar una solución aproximada.

Una opción para resolver este problema es aplicar métodos de soluciones aproximadas (metaheurísticas). Estos métodos se utilizan porque algunos problemas del viajante no son sencillos de resolver y demoran mucho tiempo con los algoritmos de programación lineal.

Se pretende investigar, analizar, comparar e implementar los métodos que den soluciones a un problema determinado, específicamente haciendo uso de los algoritmos ACO, ya que el problema del viajante de comercio o TSP juega un rol

importante en los algoritmos de optimización basados en colonias de hormigas porque fue el primer problema en ser atacado con estos métodos. La optimización por ACO, es otra forma de imitar a la naturaleza en la forma que resuelve sus problemas, de la misma manera que lo intentan los métodos como los AG y el SA entre otros. En este método las actividades de búsqueda son distribuidas entre “hormigas”, esto es, agentes con capacidades simples, que son similares al comportamiento de las hormigas verdaderas (Gallego Rendón et al., 2004).

Uno de los problemas estudiados por los entomólogos es el de entender cómo unos insectos casi ciegos como las hormigas pueden establecer las rutas más cortas entre el nido y una fuente de comida y viceversa. Se encontró que el medio usado para intercambiar información entre los agentes sobre las rutas, consiste en rastros de feromonas. Una hormiga que se desplaza de un punto A a un punto B deja un rastro de feromonas (en distintas cantidades) en el suelo, marcando así el camino seguido.

El TSP fue elegido por varias razones:

- es un problema para el cual la metáfora de las colonias de hormigas se adapta fácilmente,
- es uno de los problemas NP-duro más estudiados en el campo de optimización combinatoria, y
- es muy fácil de explicar (Arito 2010).

## 5 CONCLUSIÓN

Como se vio en los apartados anteriores los algoritmos a seleccionar dependen del tipo problema, su forma de implementar y convergencia, debido a que hay algunos algoritmos que son más fáciles de implementar que otros y convergen en un menor número de iteraciones.

Por tal razón se pretende lograr en esta investigación un aporte de conocimiento para los problemas de optimización tipo TSP resueltos con distintas variantes de algoritmos ACO (Ant Colony Optimization).

La propuesta de investigación que se describió en este trabajo tendrá como objetivo ayudar a todos los profesionales encargados de brindar solución a los diferentes problemas de la realidad, e interesados en las metaheurísticas debido que actualmente se encuentra una gran variedad de algoritmos para el desarrollo e implementación para los diferentes problemas, pero poder

encontrar el algoritmo aproximado para cada uno de ellos resulta difícil.

## 6 REFERENCIAS

- Arito, F. L. A. *Algoritmos de Optimización basados en Colonias de Hormigas aplicados al Problema de Asignación Cuadrática y otros problemas relacionados*. Trabajo Final de Carrera. Universidad Nacional de San Luis. 2010
- Gallego Rendón, R. A.; Ríos Porras, C. A.; Hincapié Isaza, R. A. Técnicas heurísticas aplicadas al problema del cartero viajante (TSP). *Colombia Scientia Et Technica ISSN 0122-1701* Ed. Universidad Tecnológica de Pereira v.X fasc.24. 1-6. 2004
- Garey, M. R. & D. S. Johnson. *Computers and Intractability; a Guide to the Theory of Np-Completeness*. W. H. Freeman & Co., New York, NY, USA. 1990
- Glover, F. G. & G. A. (Eds.). *Handbook of Metaheuristics. International series in operations research & management science*. Springer. 2003.
- Hernández, Hernández, J C. Metaheurísticas aplicadas a la bioinformática. *Corporación Universitaria para el Desarrollo de Internet A.C. (CUDI)*, 2003
- Herrera F., *Introducción a los Algoritmos Metaheurísticos*, Universidad de Granada, España, 2012.
- Leguizamón, Guillermo. *Introducción a las Metaheurísticas*. Curso de posgrado. Universidad de San Luis. 2012.
- Melián, B.; Moreno Pérez, J. A. y J. M. Moreno Pérez, *Metaheurísticas: una visión global*, Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial. No.19 7-28 ISSN: 1137-3601. 2003.
- Moreno Pérez J. A. *Metaheurísticas: una revisión actualizada*. Documento de Trabajo, n. 2/2004. DEIOC. Universidad de La Laguna. 2004
- Osman, I. H. & J. P. Kelly. *Metaheuristics: Theory and Applications*, Springer. 1996.
- Ramos, S. A. *El Problema del Viajante: Conceptos, Variaciones y Soluciones Alternativas. Modelos y Optimización I*. UBA 2010.
- Talbi, E. G., *Metaheuristics: From Design to Implementation*, Wiley, 2009.