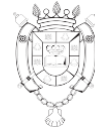




**FACULTAD DE  
CIENCIAS FORESTALES**  
*Ing. Néstor René Ledesma*



**UNSE**  
Universidad Nacional  
de Santiago del Estero

---

Ingreso 2020

# Curso de Ingreso de Física

# F

Ing. Ángel Rossi  
Dr. Diego Álvarez Valdés

---

## ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN
2. MEDICIÓN
  - 2.1 MAGNITUD FÍSICA
    - 2.1.1 Magnitudes fundamentales y derivadas
    - 2.1.2 Magnitudes escalares y vectoriales
  - 2.2 INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN
  - 2.3 UNIDADES DE MEDIDA
3. ANÁLISIS DIMENSIONAL
4. EJERCICIOS
5. OPERACIONES CON VECTORES
  - 5.1 MÉTODOS GRÁFICOS
    - 5.1.1 Regla del paralelogramo
    - 5.1.2 Regla de la poligonal
    - 5.1.3 Resta de vectores
  - 5.2 MÉTODO ANALÍTICO
    - 5.2.1 Representación cartesiana de magnitudes vectoriales
    - 5.2.2 Representación polar de magnitudes vectoriales
    - 5.2.3 Suma y resta
    - 5.2.4 Multiplicación de un vector por un número
    - 5.2.5 División de un vector por un número
    - 5.2.6 Aplicaciones
      - 5.2.6.1 Cuerpos que se mueven
      - 5.2.6.2 Equilibrio de fuerzas
6. MÁS EJERCICIOS
7. BIBLIOGRAFÍA

## **1. INTRODUCCIÓN**

La Física es una ciencia fundamental; aborda los principios básicos del universo. Constituye los conocimientos sobre los cuales se levantan las otras ciencias naturales, como la astronomía, la química, la geología. La belleza de la Física radica en la simplicidad de sus teorías fundamentales y en la manera en que sólo unos cuantos conceptos, ecuaciones y suposiciones fundamentales pueden transformar y ampliar la visión del mundo que nos rodea. Los miles de fenómenos físicos (entendiéndose por fenómeno a un cambio) son sólo parte de una ó más de las siguientes ramas de la Física:

- 1) la mecánica clásica, que se relaciona con el movimiento de los objetos que se mueven a velocidades pequeñas comparadas con la velocidad de la luz.
- 2) La relatividad, que es la teoría que describe objetos que se mueven a cualquier velocidad, incluso aquellos cuyas velocidades se aproximan a la de la luz.
- 3) La termodinámica, que trata con el calor, la temperatura y el comportamiento estadístico de un gran número de partículas.
- 4) El electromagnetismo, que comprende la teoría de la electricidad, el magnetismo y los campos electromagnéticos.
- 5) La mecánica cuántica, una teoría que estudia el comportamiento de las partículas a nivel submicroscópico, así como en el mundo macroscópico.

Muchos de los principios básicos empleados para comprender los sistemas mecánicos pueden emplearse después para describir fenómenos naturales como las ondas y la transferencia de calor. Así como las leyes de la conservación de la energía y momento son muy importantes en la teoría fundamental de la Física cuántica.

La mecánica es de vital importancia en los estudiantes de todas las ingenierías y en la FCF, existen materias específicas que la aplican, tales como: física de la madera, procesos unitarios, secado, entre otras.

La física parte de las observaciones experimentales y mediciones cuantitativas, usa un limitado número de leyes que gobiernan los fenómenos naturales desarrollando teorías que pueden predecir los resultados de los futuros experimentos y del comportamiento de la naturaleza.

Las leyes fundamentales empleadas en el desarrollo de las teorías se expresan en el lenguaje de la Matemática, herramienta que brinda un puente entre la teoría y el experimento.

Cuando surge una discrepancia entre la teoría y el experimento, deben formularse nuevas teorías y experimentos para solucionar la misma.

## **2. MEDICIÓN**

### **COMO DE MEDIR SE TRATA.....**

Medir es comparar una magnitud respecto de otra considerada homogénea. En el proceso de medición interviene:

- LA MAGNITUD A MEDIR
- EL INSTRUMENTO DE MEDICIÓN
- LAS UNIDADES USADAS.
- LA MEDIDA : ES EL RESULTADO DE LA MEDICIÓN (expresada con un número y su unidad)

### **2.1 MAGNITUD FÍSICA**

**Magnitud física:** es toda cantidad susceptible de ser medida. Por ejemplo: de una silla, podemos medir la cantidad masa, con una balanza, ó la t a m b i é n s u a l t u r a con una regla.

Hay distintos tipos de clasificación de magnitudes.

#### **2.1.1 Magnitudes fundamentales y derivadas**

Una forma de clasificar depende de la forma de definir las. Para unas cuantas magnitudes básicas es necesario describir la forma de medirlas; en cambio para otras magnitudes se describe la forma de calcularlas a partir de otras magnitudes medibles.

Es así como tenemos:

**Magnitudes fundamentales** (se llaman fundamentales porque a partir de éstas se obtienen todas las demás):

LONGITUD

MASA

TIEMPO

TEMPERATURA

INTENSIDAD DE CORRIENTE ELÉCTRICA

**Magnitudes derivadas:**

Por. Ej.

DENSIDAD

VELOCIDAD

ACELERACIÓN

FUERZA

#### **2.1.2 Magnitudes escalares y vectoriales**

Otra forma de clasificar las magnitudes es la siguiente:

**Magnitudes escalares:**

Son las que quedan perfectamente definidas por un número y su correspondiente unidad. Por ej. MASA, TEMPERATURA, LONGITUD, PRESIÓN.

### Magnitudes vectoriales:

Para definir las correctamente es necesario indicar, sentido, dirección e intensidad. En éste caso se usa como herramienta para su representación: **un vector**, pues éste condensa los elementos que definen las magnitudes vectoriales. Por ej. VELOCIDAD, ACELERACIÓN, FUERZA.

## 2.2 INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN

Todos los instrumentos miden distinto tipo de magnitudes y cada una de ellos esta graduado con distintas escalas de medida, usando unidades correspondientes a cada magnitud. Así un termómetro, mide la magnitud temperatura y está graduado en grados Celsius o centígrados que son las unidades.

## 2.3 UNIDADES DE MEDIDA

Las unidades de las magnitudes fundamentales se denominan unidades fundamentales. La Conferencia General de Pesos y Medidas es el organismo internacional que se ocupa de su definición.

Un conjunto de unidades fundamentales definen un sistema de unidades

Un sistema de unidades es el llamado Sistema Internacional (SI) que además es la base del Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA). Tres de las unidades fundamentales se dan a continuación. Se dan definiciones antiguas y actuales para resaltar, que con el avance de la tecnología, las mismas pueden modificarse con el fin de lograr referencias ó patrones más estables y precisos.

Magnitud Fundamental	Longitud ( l )	Masa ( m )	Tiempo ( t )
Unidad Fundamental en el SI	metro ( m )	kilogramo ( kg )	segundo ( s )
Definición Antigua	Longitud entre dos marcas de una barra llamada metro patrón	Masa de un cilindro particular de platino-iridio	La 86.400 avas partes del día solar medio
Definición Actual	Distancia recorrida por la luz en el vacío, durante 1 / 299.792.458 segundos	La misma	Igual a 9.192.631.770 períodos de oscilación del átomo de cesio

Con las unidades de las magnitudes fundamentales, se construyen las unidades de las restantes magnitudes: son las **unidades derivadas**.

La velocidad, en cierto caso especial es, el cociente entre la longitud y el tiempo empleado en recorrerla:  $v = L / t$ . La unidad correspondiente será la obtenida por el cociente entre la unidad de longitud y la de tiempo. En símbolos  $[v] = \frac{[L]}{[t]} = \frac{m}{s}$

Algunas Magnitudes Vectoriales y sus unidades en el Sistema Internacional

Magnitud Derivada	Velocidad ( v )	Aceleración ( a )	Aceleración de la gravedad ( g )	Fuerza ( F )	Peso ( P )
Unidad en el SI	$\frac{m}{s}$	$\frac{m}{s^2}$	$\frac{m}{s^2}$	Newton ( N )	Newton ( N )
				$N = kg \frac{m}{s^2}$	$N = kg \frac{m}{s^2}$

Algunas Magnitudes Escalares y sus unidades en el Sistema Internacional

Magnitud Derivada	Área ( A , S )	Volumen ( V )	Densidad ( $\delta$ , $\rho$ )	Trabajo ( W )	Energía cinética ( K , E <sub>c</sub> )	Potencia ( P )
Unidad en el SI	$m^2$	$m^3$	$\frac{kg}{m^3}$	Joule ( J )	Joule ( J )	Watt ( W )
				$J = N \cdot m$ $\frac{m^2}{s^2}$ $J = kg \frac{m^2}{s^2}$	$J = kg \frac{m^2}{s^2}$	$W = \frac{J}{s}$ $\frac{m^2}{s^3}$

### 3. ANÁLISIS DIMENSIONAL

El análisis dimensional es una herramienta muy útil a la hora de trabajar matemáticamente. La densidad de un gas por ejemplo depende de la masa y del volumen, en general las distintas magnitudes del conjunto que describen un fenómeno físico están relacionadas entre sí. El análisis dimensional es una técnica que permite establecer los aspectos más generales de esa relación entre cualquiera de las magnitudes.

Esta técnica se basa en que las magnitudes físicas tienen asociadas ciertas unidades. Al relacionar magnitudes hay que comprobar que la relación sea dimensionalmente homogénea, es decir, no se puede comparar una masa con un tiempo, ó una presión con una temperatura. Entonces :

EN UNA ECUACIÓN MATEMÁTICA AMBOS MIEMBROS DEBEN TENER LAS MISMAS UNIDADES.

Además no se puede restar la presión con la velocidad, ni restar la aceleración con una masa, pero si multiplicar o dividir

SOLAMENTE SE PUEDEN SUMAR Ó RESTAR TÉRMINOS QUE SE EXPRESEN EN LAS MISMAS UNIDADES.

Mediante éstas dos reglas y conociendo las unidades de las magnitudes físicas con las que

tratamos, podemos detectar ciertos errores cuando escribimos una ecuación o cuando deducimos una ecuación manipulándola algebraicamente. En otras palabras, mediante el análisis dimensional podemos descubrir, en ciertos casos que la ecuación que escribimos es incorrecta. Consideremos el siguiente ejemplo:

Un auto moviéndose con velocidad constante. Tenemos como dato la distancia (d) recorrida y la velocidad (v), y nos preguntan cuánto es el tiempo (t) que tardó el auto en hacer el viaje. Supongamos que tenemos la ecuación  $t = v / d$ , ¿es correcta?

La primera regla nos dice que ambos miembros de la igualdad deben tener las mismas unidades. En la ecuación planteada el miembro de la izquierda es el tiempo (t) cuya unidad es el segundo, en símbolos  $[t] = s$

El miembro de la derecha es el cociente  $v/d$ , por lo tanto la unidad será igual al cociente de la unidad de velocidad y la de distancia. En símbolos  $[v / d]$  o sea:

$$\begin{aligned} \text{Unidades del primer miembro} & \dots s \\ \text{Unidades del segundo miembro} & \dots (m/s) / m = 1/s \end{aligned}$$

Entonces resulta que la unidad del miembro de la izquierda (s) es diferente a la unidad del miembro de la derecha (1/s). Por lo tanto la ecuación es incorrecta.

### PASAJE DE UNIDADES (usando factores de conversión)

Es la operación matemática que nos permite encontrar la equivalencia entre una unidad y otra.

Un factor de conversión es el cociente entre una unidad y su unidad equivalente

Convertir:

- **30cm a hm**

$$30\cancel{\text{cm}} \times \frac{1\text{hm}}{10000\cancel{\text{cm}}} = 3 \times 10^{-3} \text{hm}$$

- **50mm a m**

$$50\cancel{\text{mm}} \times \frac{1\text{m}}{1000\cancel{\text{mm}}} = 5 \times 10^{-2} \text{m}$$

- **3,8km a cm**

$$3,8\cancel{\text{km}} \times \frac{100000\text{cm}}{1\cancel{\text{km}}} = 380000\text{cm}$$

- **2hl a dl**

$$2\cancel{\text{hl}} \times \frac{1000\text{dl}}{1\cancel{\text{hl}}} = 2000\text{dl}$$

#### 4. EJERCICIOS

1) Ordena el siguiente listado, clasificando magnitudes, unidades e instrumentos de medición:  
Día - reloj - metro cuadrado - termómetro - hectopascuales - km/h - cm - mes - gramo - newton - balanza - centímetro cúbico - cinta métrica - litros - años luz - hectómetro - hectárea - watts - hertz - frecuencia - amperios.

2) Pasar a la unidad solicitada:

- a) 20 km a m
- b) 0,3 m a km
- c) 30.000 cm<sup>3</sup> a litros
- d) 3 h a s
- e) 3 s a h
- f) 14 m<sup>2</sup> a cm<sup>2</sup>
- g) 35,50 kg a cg
- h) 24,67 g a hg
- i) 72 m/s a km/h
- j) 72 km/s a m/s

3) Analice dimensionalmente:

¿cuáles de las siguientes ecuaciones son dimensionalmente correctas?

a)  $d = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2 \text{ s})^2 + 5 \text{ m}$

b)  $t = 5 \text{ s} + 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

c)  $\frac{20 \text{ N}}{4 \text{ kg}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

10 N

d)  $2 \text{ Hz} = \frac{14 \text{ m}}{7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

4) A partir del análisis dimensional, digan cuáles de las siguientes fórmulas no usarían para calcular la superficie de un círculo.

- a)  $2 \cdot \pi \cdot R$
- b)  $\pi \cdot R^2$
- c)  $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$

5) ¿Cuáles de las siguientes fórmulas son dimensionalmente correctas?

d: distancia, t: tiempo, v: velocidad, a: aceleración, g: aceleración de la gravedad, m: masa, F: fuerza, P: peso, E: energía cinética. Los números representan constantes adimensionales.

- a)  $d = a \cdot v$
- b)  $a = \frac{v}{d}$



c)  $t = \frac{a}{v}$

d)  $d = v + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

e)  $t = \frac{v}{a} + \frac{d}{v}$

f)  $F = 2 m \cdot g$

g)  $F = 2 + m \cdot g$

h)  $a = \frac{F - g}{m}$

i)  $a = \frac{m \cdot g - F}{m}$

j)  $E = m \cdot v^2$

k)  $E = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

6) Determine el volumen del salón de clases.

7) Una pieza sólida de madera tiene una masa de 23,94 g y un volumen de 25,6 cm<sup>3</sup>. De acuerdo con éstos datos:

a) ¿podría tratarse de madera de pino?

b) exprese el resultado en kg/ m<sup>3</sup>

Datos útiles: densidad = masa / volumen. La madera de pino tiene una densidad menor a 0,8 g/cm<sup>3</sup>.

8) Cuánto se gastará en colocar un vidrio en una ventana circular que tiene 90 cm de diámetro, si el m<sup>2</sup> de vidrio vale \$ 7.

## 5. OPERACIONES CON VECTORES

Como habíamos dicho hay magnitudes que son vectoriales, las cuales se representan mediante un vector. Con los vectores también se puede operar. Estas operaciones pueden ser :

- Suma
- Resta
- Producto

Para la suma de vectores existen los siguientes métodos:

### MÉTODOS GRÁFICOS:

- a) método del paralelogramo
- b) método de la poligonal

MÉTODO ANALÍTICO: para lo cual se puede representar un vector en:

- a) coordenadas cartesianas
- b) coordenadas polares

Antes de comenzar a trabajar debemos tener en cuenta que dos vectores son iguales, cuando tienen la misma dirección, el mismo sentido y el mismo módulo ó intensidad.

Se considera que dos rectas paralelas definen la misma dirección, el sentido está dado por la punta de la flecha y el módulo por la longitud del vector (expresada en la correspondiente escala)

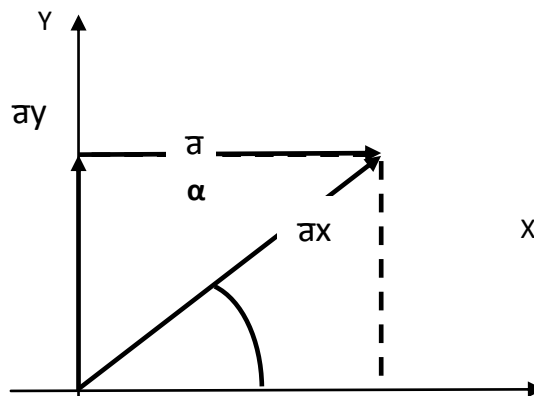


También hay que saber descomponer vectores

### Descomposición de un vector

Descomponer un vector es encontrar el valor de sus componentes según los ejes cartesianos ortogonales (en nuestro caso ejes X e Y).

Ejemplo:



Los vectores  $\vec{a}_x$  y  $\vec{a}_y$  son las componentes del vector  $\vec{a}$ , según los ejes X e Y respectivamente.

Así por ejemplo, si un vector tienen las siguientes características:

Si  $F_1 = 500\text{N}$ ;  $\alpha = 30^\circ$

Valiéndonos de la trigonometría podemos decir que:

$$F_{1X} = F_1 \cdot \cos\alpha$$

$$F_{1X} = 500\text{N} \cdot \cos 30^\circ = 433\text{N}$$

$$F_{1Y} = F_1 \cdot \sin\alpha$$

$$F_{1Y} = 500\text{N} \cdot \sin 30^\circ = 250\text{N}$$

Y otro vector:

$$F_2 = 200\text{N}; \alpha = 120^\circ$$

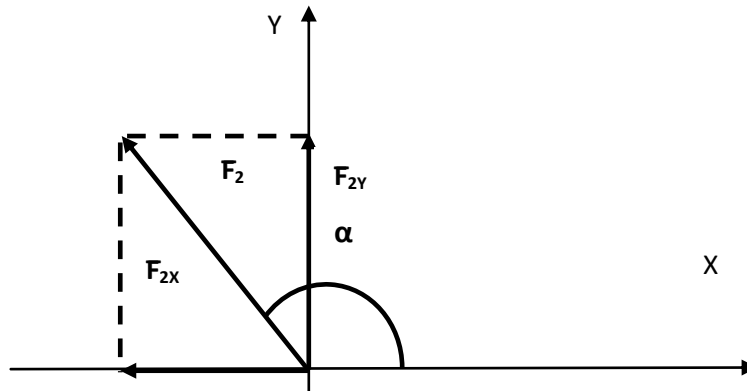
$$F_{2X} = F_2 \cdot \cos\alpha$$

$$F_{2X} = 200\text{N} \cdot \cos 120^\circ = -100\text{N}$$

$$F_{2Y} = F_2 \cdot \sin\alpha$$

$$F_{2Y} = 200\text{N} \cdot \sin 120^\circ = 173\text{N}$$

Cuya gráfica es la siguiente:



Por ejemplo al vector  $\vec{F}_1 = (\vec{F}_{1X}; \vec{F}_{1Y})$

$$\vec{F}_1 = (433\text{N}; 250\text{N})$$

Al vector  $\vec{F}_2 = (\vec{F}_{2X}; \vec{F}_{2Y})$

$$\vec{F}_2 = (-100\text{N}; 173\text{N})$$

Según los ejemplos anteriores podemos analizar que el vector  $\vec{F}_1$  se encuentra en el 1º cuadrante, pues sus componentes  $\vec{F}_{1X}$  y  $\vec{F}_{1Y}$  son positivas.

En cambio el vector  $\vec{F}_2$  se encuentra en el 2º cuadrante, pues su componente  $\vec{F}_{2X}$  es negativa y su componente  $\vec{F}_{2Y}$  es positiva.

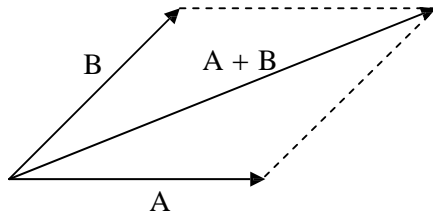
Resumiendo; en forma general se tiene:

VECTOR	COMPONENTE EN "x"	COMPONENTE EN "y"	CUADRANTE
a	$a_x (+)$	$a_y (+)$	1º
b	$b_x (-)$	$b_y (+)$	2º
c	$c_x (-)$	$c_y (-)$	3º
d	$d_x (+)$	$d_y (-)$	4º

## 5.1 MÉTODOS GRÁFICOS

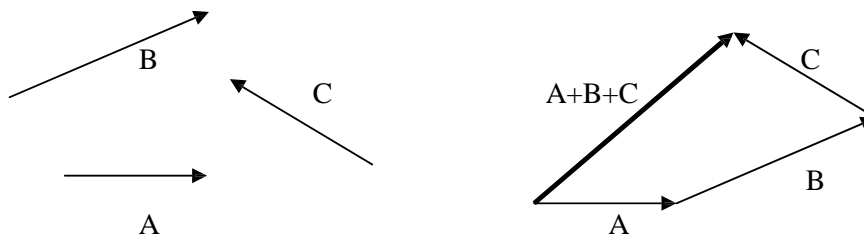
### 5.1.1 Regla del paralelogramo: suma de vectores

Para encontrar gráficamente el vector resultante o suma de dos vectores, se hace coincidir éstos dos vectores con el mismo origen. Del extremo de cada uno de ellos se traza una paralela al otro. El vector suma está dado por la diagonal del paralelogramo que parte del origen común de los vectores originales.



### 5.1.2 Regla de la poligonal: suma de vectores

Éste método es equivalente al del paralelogramo, pero resulta más cómodo cuando se deben sumar más de dos vectores. A partir del extremo del primer vector se dibuja el segundo, y así sucesivamente. El vector suma tiene por origen al origen del primer vector y como extremo al extremo del último vector.



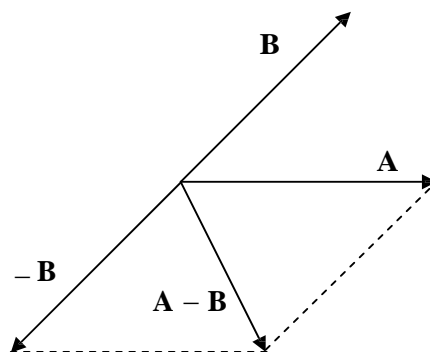
Nota: La suma de vectores goza de la propiedad conmutativa (es decir que no importa el orden en el cual se realiza la suma de vectores)

### 5.1.3 Resta de vectores

Para encontrar la resta de dos vectores, se procede de la siguiente manera:

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

Es decir que al vector A se le suma el opuesto del vector B (que es el vector B con igual módulo y dirección pero cambiado de sentido).



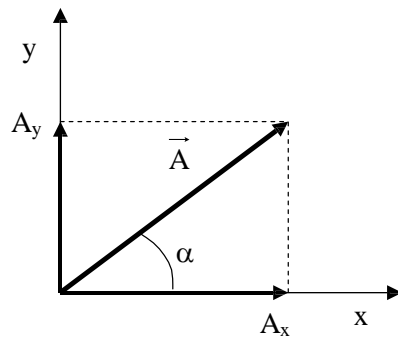
Nota: En la resta de vectores no se cumple la propiedad conmutativa.

## 5.2 MÉTODO ANALÍTICO

### 5.2.1 Representación cartesiana de magnitudes vectoriales

Los vectores contenidos en un plano pueden representarse mediante un sistema de dos ejes ortogonales ó cartesianos, que simbolizan las direcciones de referencia. En cada eje se marcan escalas en la unidad que correspondan, ya que cada uno de estos ejes representa una magnitud. En cada escala la numeración se realiza con números positivos en un sentido y negativos en sentido opuesto. Las proyecciones del vector sobre los ejes, que resultan de trazar paralelas a dichos ejes que pasen por el extremo del vector, se denominan **coordenadas cartesianas** del vector y se designan, para el caso de un vector  $\mathbf{A}$ , como  $A_x$  y  $A_y$ . La notación general de un vector  $\vec{A}$ , usando sus coordenadas cartesianas a través de un par ordenado es:

$$\vec{A} = (A_x ; A_y)$$



A partir de sus coordenadas cartesianas, y teniendo en cuenta el teorema de Pitágoras, el módulo del vector  $\vec{A}$  resulta:

$$A = |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

Y el ángulo que determina dicho vector con el eje +x, se determina a partir de:

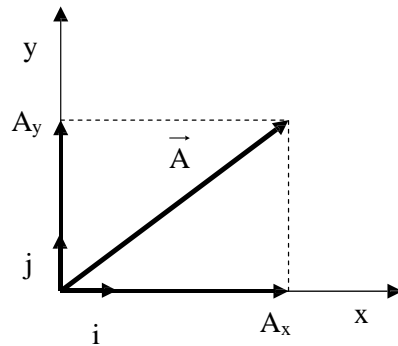
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_y}{A_x} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \operatorname{arctg} \frac{A_y}{A_x}$$

$A_x$  $\vec{A}_x$ 

Otra Forma de Expresar vectores es mediante los llamados **Vector** es mediante los llamados **Vectores Unitarios**

En la figura siguiente se muestra una forma muy usada de describir vectores.

A cada eje se le asocia un vector de módulo unidad llamado **vector unitario** o **versor**.



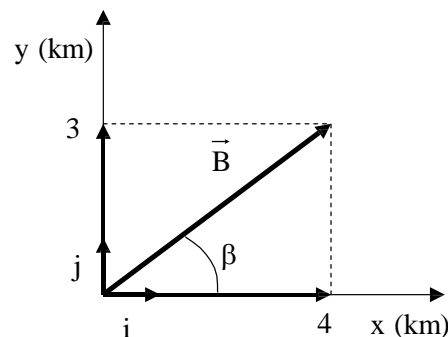
Los vectores unitarios o versores que tienen la dirección de los ejes  $x$  e  $y$  se designan con  $i$  y  $j$ , respectivamente. La característica de estos vectores es que su módulo es igual a la unidad (uno).

$$|i| = |j| = 1$$

La notación general de un vector  $\vec{A}$ , usando vectores unitarios es:

$$\vec{A} = A_x i + A_y j.$$

Ejemplo. En la figura siguiente se muestra un vector  $\vec{B}$ , cuyas coordenadas cartesianas son:  $B_x = 4$  km y  $B_y = 3$  km.



Este vector se puede expresar:

En coordenadas cartesianas:  $\vec{B} = (4 \text{ km} ; 3 \text{ km})$

Usando vectores unitarios:  $\vec{B} = 4 \text{ km } \vec{i} + 3 \text{ km } \vec{j}$ .

A partir de sus coordenadas cartesianas, el módulo del vector es:

$$B = |\vec{B}| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(4\text{km})^2 + (3\text{km})^2} = \sqrt{16 \text{ km}^2 + 9 \text{ km}^2} = \sqrt{25 \text{ km}^2} = 5 \text{ km}$$

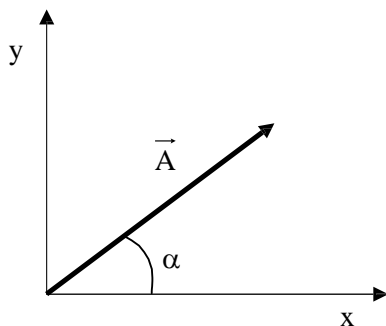
Y el ángulo que forma dicho vector con el eje x es:

$$\beta = \arctg \frac{B_y}{B_x} = \arctg \frac{3 \text{ km}}{4 \text{ km}} = \arct(0,75) = 36,9^\circ$$

En coordenadas polares:  $\vec{B} = 5 \text{ km} , 36,9^\circ$ .

### 5.2.2 Representación polar de magnitudes vectoriales

Otra manera de identificar completamente un vector es mediante sus coordenadas polares: el módulo del vector (  $A$  ) y el argumento (  $\alpha$  ), definido como el ángulo que forma con una dirección determinada del espacio (por ejemplo, la del eje x positivo de coordenadas).



Las coordenadas cartesianas ó polares son maneras diferentes pero completamente equivalentes de caracterizar un vector. Conociendo un tipo de coordenadas es posible obtener las del otro tipo, según las siguientes operaciones:

Datos:  $A$  y  $\alpha$ ;

Coordenadas a obtener:  $A_x = A \cdot \cos \alpha$  y  $A_y = A \cdot \sin \alpha$

**Datos:**  $A_x, A_y$

**A obtener:**

$$A = \sqrt{A_y^2 + A_x^2} \quad \text{y} \quad \alpha = \text{arc tg} \frac{A_y}{A_x}$$

El uso de las coordenadas cartesianas facilita el cálculo de las operaciones con magnitudes vectoriales.

Procedimiento general para sumar vectores en forma analítica:

Dado tres vectores en coordenadas polares,  $\vec{A} = ( A , \alpha )$ ;  $\vec{B} = ( B , \beta )$ ;  $\vec{C} = ( C , \gamma )$ ; se quiere obtener el vector suma o resultante  $\vec{R}$  de los mismos en coordenadas polares:

- 1- Se descomponen cada uno de los vectores, es decir que pasamos de coordenadas polares a cartesianas:  
 $A_x = A \cos \alpha$        $A_y = A \sin \alpha$   
 $B_x = B \cos \beta$        $B_y = B \sin \beta$   
 $C_x = C \cos \gamma$        $C_y = C \sin \gamma$



- 2- Todas las componentes en la dirección x se suman para obtener  $R_x$  que es la componente del vector resultante en la dirección x. Se procede en forma idéntica para obtener  $R_y$ :

$$R_x = A_x + B_x + C_x$$

$$R_y = A_y + B_y + C_y$$

- 3- A partir de las componentes  $R_x$  y  $R_y$ , se obtiene el módulo y ángulo del vector resultante, es decir que pasamos de coordenadas cartesianas a polares:

$$R = \sqrt{R_y^2 + R_x^2} \quad \text{y} \quad \alpha = \text{arc tg } \frac{R_y}{R_x}$$

### 5.2.3 Suma y Resta

Para sumar (o restar) dos vectores se suman (o se restan) sus correspondientes coordenadas cartesianas.

Ej.

$$\vec{D} = 8 \text{ km } \vec{i} + 2 \text{ km } \vec{j}$$

$$\vec{W} = 1 \text{ km } \vec{i} + 4 \text{ km } \vec{j}$$

$$\vec{D} + \vec{W} = (8 \text{ km} + 1 \text{ km}) \vec{i} + (2 \text{ km} + 4 \text{ km}) \vec{j} = 9 \text{ km } \vec{i} + 6 \text{ km } \vec{j}$$

$$\vec{D} - \vec{W} = (8 \text{ km} - 1 \text{ km}) \vec{i} + (2 \text{ km} - 4 \text{ km}) \vec{j} = 7 \text{ km } \vec{i} - 2 \text{ km } \vec{j}$$

### 5.2.4 Multiplicación de un vector por un número

Para multiplicar un vector por un número, se multiplica por ese número cada una de las coordenadas cartesianas del vector.

Ej.

$$3 \cdot \vec{D} = 3 \cdot (8 \text{ km } \mathbf{i} + 2 \text{ km } \mathbf{j}) = 3 \cdot 8 \text{ km } \mathbf{i} + 3 \cdot 2 \text{ km } \mathbf{j} = 24 \text{ km } \mathbf{i} + 6 \text{ km } \mathbf{j}$$

### 5.2.5 División de un vector por un número

Para dividir un vector por un número se divide por ese número cada una de las coordenadas cartesianas del vector.

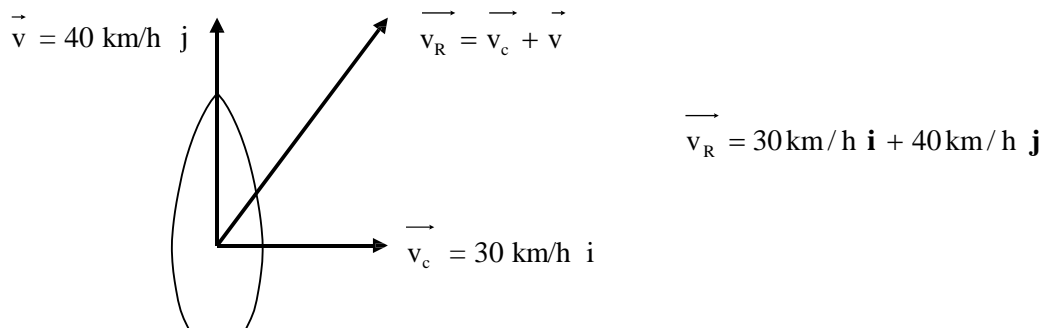
Ej.

$$\frac{\vec{D}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \vec{D} = \frac{1}{2} \cdot (8 \text{ km } \mathbf{i} + 2 \text{ km } \mathbf{j}) = \frac{8}{2} \text{ km } \mathbf{i} + \frac{2}{2} \text{ km } \mathbf{j} = 4 \text{ km } \mathbf{i} + 1 \text{ km } \mathbf{j}.$$

### 5.2.6 Aplicaciones

#### 5.2.6.1 Cuerpos que se mueven

Supongan que una lancha avanza a 40 km/h en aguas calmas. De repente, el movimiento es afectado por la corriente de agua, que se desplaza a 30 km/h respecto del suelo, perpendicularmente a la dirección de la lancha. En este caso **la velocidad de la lancha respecto al suelo ( $\vec{v}_R$ )** es igual a la suma vectorial de la velocidad de la lancha respecto del agua ( $\vec{v}$ ) y la velocidad del agua respecto del suelo ( $\vec{v}_c$ ).



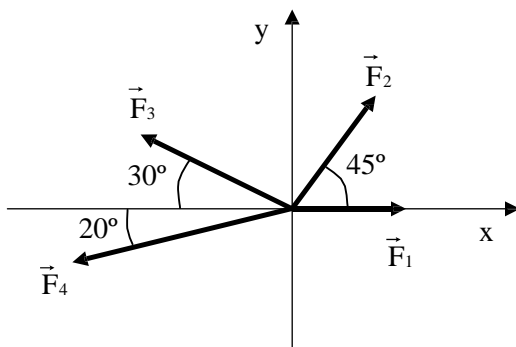
Haciendo la suma vectorial de las velocidades, calculamos el módulo de la velocidad resultante de la lancha, y su dirección:

$$v_R = \sqrt{(30 \text{ km/h})^2 + (40 \text{ km/h})^2} = 50 \text{ km/h}$$

$$\theta = \arctg \frac{30 \text{ km/h}}{40 \text{ km/h}} = \arctg (0,75) = 37^\circ$$

## MAS EJERCICIOS

- 1) ¿Cuáles de las siguientes magnitudes son vectores: fuerza, volumen, N° de espectadores de un programa de TV, altura, velocidad, edad?
- 2) Si un auto va por una ruta recta a 90 km/h y otro va haciendo una curva también a 90 km/h, ¿ambos poseen la misma velocidad?
- 3) Las coordenadas polares de un vector  $\vec{A}$  son  $A = 5,50$  m y  $\alpha = 240^\circ$ . ¿Cuáles son sus coordenadas cartesianas?
- 4) Calcule la magnitud y dirección de los vectores representados por los siguientes pares de coordenadas cartesianas: a)  $A_x = 4$  m ,  $A_y = -6$  m ; b)  $B_x = -5$  m/s ,  $B_y = -8$  m/s ; c)  $C_x = -9$  N ,  $C_y = 3$  N.
- 5) Si la resultante del vector velocidad de un cuerpo tiene por módulo  $v_R = 80$  km/h y forma un ángulo de  $60^\circ$  con la horizontal, ¿cuáles son las componentes  $v_x$  y  $v_y$  de la misma?
- 6) Utilice el método del paralelogramo para:
  - a) sumar las siguientes fuerzas:  
 $F_1 = (20 \text{ N}, 30^\circ)$ ;  $F_2 = (100 \text{ N}, 70^\circ)$
  - b) obtener el vector diferencia  $\vec{D} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$
- 7) Utilice el método analítico para obtener el módulo y dirección de la fuerza resultante en el ejercicio anterior.
- 8) Cuatro fuerzas coplanarias, cuyos módulos son:  $F_1 = 80$  N ,  $F_2 = 100$  N ,  $F_3 = 120$  N y  $F_4 = 160$  N, actúan sobre un cuerpo como se muestra en la figura siguiente. Encuentre la resultante mediante el método de la poligonal.



- 9) Utilice el método analítico para obtener el módulo y dirección de la fuerza resultante en el ejercicio anterior.
- 10) Calcule la magnitud y el ángulo de  $\vec{A}$ , si  $\vec{A} = 7 \text{ m } \vec{i} - 12 \text{ m } \vec{j}$
- 11) Sobre un cuerpo actúan las siguientes fuerzas:  
 $\vec{F}_1 = -20 \text{ N } \vec{i} + 10 \text{ N } \vec{j}$  y  $\vec{F}_2 = 15 \text{ N } \vec{i} + 5 \text{ N } \vec{j}$ .  
En un mismo sistema de ejes cartesianos represente ambas fuerzas y encuentre la suma gráficamente, mediante el método del paralelogramo.

12) Sume analíticamente las fuerzas del ejercicio anterior y calcule el módulo y dirección de la resultante.

13) Dado los siguientes vectores:

$$\vec{A} = 7 \hat{i} - 6 \hat{j} , \quad \vec{B} = -3 \hat{i} + 12 \hat{j} , \quad \vec{C} = 4 \hat{i} , \quad \vec{D} = -4 \hat{j} .$$

Determine: a)  $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$  ; b)  $\vec{S} = \vec{A} - \vec{B}$  ; c)  $\vec{M} = 2 \cdot \vec{A} + \frac{\vec{B}}{3} + 0 \cdot \vec{C} - \vec{D}$

## **6. BIBLIOGRAFÍA**

FÍSICA (Tomo I) - SERWAY - 3º Edición - Editorial Mc Graw Hill

FÍSICA (Tomo I) - RESNICK HALLIDAY KRANE - 4º Edición - Editorial CECSA

FÍSICA (Tomo I) - SEARS ZEMANSKY YOUNG - 9º Edición - Editorial Addison  
Wesley Longman