Serie Didactica Nro. 5

Facultad de Ciencias Forestales
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SANTIAGO DEL ESTERO

CÁTEDRA DE
ESTADÍSTICA O. F.

CONCEPTOS BASICOS SOBRE ANALISIS DE LA VARIANCIA Y DISEÑO EXPERIMENTAL

EQUIPO DOCENTE
Prof. Titular Celia de BENITEZ
Prof. Asoc. Marta G. PECE
J.T.P. Margarita J. De GALINDEZ

Febrero 2002

PRÓLOGO

Las siguientes páginas han sido escritas por nuestro equipo cátedra con la intención de facilitar la comprensión de los conceptos básicos del Análisis de la Variancia y del Diseño Experimental a los alumnos de Estadística de las carreras de Ingenierías Forestal e Industrias Forestales y Licenciatura y Profesorado en Ecología de la facultad de Ciencias Forestales de la Universidad Nacional de santiago del Estero. Las "salidas de computadoras" muestran la forma en que presentan los resultados de los análisis algunos "softwares" (paquetes de programas) estadísticos usados con frecuencias por profesionales tanto de áreas biológicas y ecológicas como forestal e industrial.

En ésta serie damos énfasis especial a la interpretación de los resultados obtenidos por computadoras y su relación con la Inferencia Estadística, pues nuestro objetivo es lograr que los alumnos adquieran habilidad y familiaridad mínimas en el uso de programas estadísticos. Es nuestro deseo que esta páginas sean de utilidad

Celia Gaillard de Benítez
Prof. Titular de Estadística Forestal
Fac. de Ciencias Forestales- UNSE

ÍNDICE

- **ANÁLISIS DE LA VARIANCIA CON UNA SOLA CAUSA CONOCIDA DE VARIABILIDAD.**

INTRODUCCIÓN

El análisis de la variancia (cuya sigla en inglés es ANOVA: **AN**alisys **O**f **VA**riance) es un procedimiento creado por R. A. Fischer en 1925 que consiste en una descomposición de la variabilidad total en partes, atribuibles a causas conocidas y al azar, para terminar finalmente comparando la magnitud de las partes mediante una prueba de F de homogeneidad de variancias.

Ya se vio en este curso cómo se efectúa el ANOVA en regresión. Ahora, lo veremos aplicado al análisis de datos provenientes de muestreos o de diseños experimentales, en donde se prueba IGUALDAD DE MEDIAS POBLACIONALES.

ANÁLISIS DE LA VARIANCIA EN BASE A UN EJEMPLO. Como ejemplo para el desarrollo del tema, utilizaremos datos de volumen en 15 parcelas de un ensayo de raleo en Eucalyptus grandis en la provincia de Corrientes (Dr. Schölzke, 1989).

X_i (m^3/parcela):192, 201, 175, 195, 202, 167, 188, 163, 179, 198, 156, 166, 147, 158,173.

La media es $\bar{x} = \frac{2660}{15} = 177.3333$

Supongamos que, de estos 15 valores, no se posee ninguna información adicional que nos permita identificar alguna causa conocida de variabilidad.

La suma de los cuadrados de los desvíos con respectos a la media o suma de cuadrados total (SCT), es un indicador de la variabilidad que nos sirve para tener alguna medida de la misma:

$$SCT=\sum_{j=1}^{n}\left(x_j - \bar{x}_{\cdot}\right)^2 = \sum_{j=1}^{n}\left(x_j - 177.3333\right)^2 =$$

$= (192 – 177333)^2 + (201 – 177.3333)^2 + ... + (173 – 177.3333)^2 = 4453.33$

El subíndice j varía de 1 a n siendo n = 15 en este caso.

También puede calcularse con la fórmula computacional ya conocida:

$$SCT=\sum_{j=1}^{n}\left(x_j-\bar{x}_{\cdot}\right)^2=\sum_{j=1}^{n}x_j^2-\frac{\left(\sum_{j=1}^{n}x_j\right)^2}{n}=$$

$$= 192^2 + 201^2 + ... + 173^2 - (2660^2 / 15)$$

$$= 476160 - 471706.67 = 4453.33$$

Ahora supongamos que poseemos la siguiente información adicional acerca de las parcelas: las cinco primeras fueron raleadas con intensidad baja que llamaremos 1, las cinco siguientes con intensidad media (2) y las restantes con intensidad alta (3). Podemos entonces identificar una causa de variación conocida que es la intensidad de raleo y que, generalizando podemos llamar primera causa conocida de variación ya que, suponiendo que las parcelas son iguales en lo que se refiere a vuelo y a suelo, ella es la única causa de variabilidad que se ha identificado.

A esta primera causa conocida de variación nos referiremos como causa A. Nos interesa ahora saber si las distintas intensidades de raleo han producido efectos modificando diferenciadamente el volumen medio de las parcelas, es decir si ***LAS MEDIAS ARITMÉTICAS DEL VOLUMEN DE LAS PARCELAS CORRESPONDIENTES A LOS DISTINTOS VALORES DE LA CAUSA "A" SON IGUALES O NO.***

Ordenando los datos de acuerdo a la información recibida debemos ahora diferenciar tres grupos correspondientes a las distintas intensidades de raleo:

<u>Raleo 1</u>: x_{1j} : 192, 201, 175, 195, 202. (j varía ahora de 1 a 5)

$$\sum_{j=1}^{5}x_{1j}=x_{1.}=965 \qquad \bar{x}_{1\cdot}=965/5=193$$

Obsérvese que ahora son necesarios dos subíndices, uno para el grupo y otro para la parcela dentro del grupo. Debe prestarse atención especial a la simbología para el total del grupo, el mismo se identifica mediante el subíndice 1 que indica que el grupo corresponde al raleo 1 y el. simboliza la suma, que en esta ocasión se hace sobre j.

Del mismo modo:

<u>Raleo 2:</u> x_{2j}: 167, 188, 163, 179, 198.

$$\sum_{j=1}^{5} x_{2j} = x_{2.} = 895 \qquad \bar{x}_{2\cdot} = 895/5 = 179$$

<u>Raleo 3:</u> x_{3j}: 156, 166, 147, 158, 173.

$$\sum_{j=1}^{5} x_{3j} = x_{3.} = 800 \qquad \bar{x}_{3\cdot} = 800/5 = 160$$

Generalizando la simbología:

x_{ij}: representa a todas las parcelas con **i** variando de **1** a **"a"** (a = 3 en éste caso) y **j** de **1** a **r_i;** aunque en éste caso r_i = constante = 5.

El **total general** es $\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5} x_{ij} = \sum_{i=1}^{3} x_{i.} = x.. = 2660$.

La **media general** es: $\bar{x}_{..} = \dfrac{\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{3} r_i} = \dfrac{2260}{15} = 177.3333$

Nótese que el nuevo subíndice (**i**) se refiere a los distintos grupos (intensidades de raleo) mientras que **j** queda reservado para identificar las parcelas dentro de cada grupo.

El análisis de la variancia, como su nombre lo indica, consiste en el estudio de la variabilidad a través de su descomposición en partes. Veamos como se verifica esta descomposición en la suma de cuadrados:

SCT = SCA + SCEE

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5}(x_{ij} - \bar{x}_{..})^2 = \sum_{i=1}^{3} r_i(\bar{x}_{i\cdot} - \bar{x}_{..})^2 = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5}(x_{ij} - \bar{x}_{i\cdot})^2$$

dónde:

SCT = suma de cuadrados total,

SCA = suma de cuadrados entre grupos ó niveles de A (ó debida a A)

SCEE = suma de cuadrados dentro de grupos o del error experimental, dado que en este último están englobados todas las causas de variabilidad no identificadas y que por tal motivo no pueden ser aisladas.

Esta descomposición es fácil de deducir si se presenta la partición de un "desvío total" en dos partes: la que corresponde al grupo (o entre grupos) y la de dentro del grupo. Esto se obtiene muy fácilmente sumando y restando al desvío la media del grupo i:

$$(x_{ij} - \bar{x}_{..}) = (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..}) + (x_{ij} - \bar{x}_{i.})$$

Luego, elevando al cuadrado:

$$\left(x_{ij} - \bar{x}_{..}\right)^2 = \left[\left(\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..}\right) + \left(x_{ij} - \bar{x}_{i.}\right)\right]^2$$

y sumando sobre i y sobre j, se obtiene la descomposición buscada.

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5}\left(x_{ij} - \bar{x}_{..}\right)^2 = \sum_{i=1}^{3} r_i\left(\bar{x}_{i} - \bar{x}_{..}\right)^2 + \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5}\left(x_{ij} - \bar{x}_{i.}\right)^2$$

En éste caso, por ser r_i = r ó sea una constante, la expresión queda de la siguiente manera:

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5}\left(x_{ij} - \bar{x}_{..}\right)^2 = r\sum_{i=1}^{3}\left(\bar{x}_{i\cdot} - \bar{x}_{..}\right)^2 + \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5}\left(x_{ij} - \bar{x}_{i.}\right)^2$$

A continuación comprobaremos numéricamente la descomposición de la suma de cuadrados total:

$$SCT = \sum_{j=1}^{5}\sum_{i=1}^{3}\left(x_{ij} - \bar{x}_{..}\right)^2 = 4453.33$$

$$SCA = r\sum_{i=1}^{3}\left(\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..}\right)^2 = 5\left((193 - 177.33)^2 + (179 - 177.33)^2 + (160 - 177.33)^2\right) = 2743.33$$

$$SCEE = \sum_{j=1}^{5}\sum_{i=1}^{3}\left(x_{ij} - \bar{x}_{i\cdot}\right)^2 = (192 - 193)^2 + (201 - 193)^2 + \ldots + (173 - 160)^2 = 1710.$$

Los grados de libertad totales (GLT) se descomponen en los correspondientes a A (GLA) y a los del error experimental (GLEE):

GLT = GLA + GLEE.

$$\sum_{i=1}^{a} r_i - 1 = (a - 1) + \sum_{i=1}^{a}(r_1 - 1) \quad \text{por ser } r_i = \text{cte., en éste ej.}$$

$$r \times a - 1 = (a-1) + a \times (r-1)$$

$$14 \quad = \; 2 \quad + \; 12$$

Las variancias obtenidas mediante el cociente de suma de cuadrados por grados de libertad resultantes del ANOVA son:

$$S_A^2 = \frac{SCA}{GLA} = \frac{2743.33}{2} = 1371.67$$

$$S_{EE}^2 = \frac{SCEE}{GLEE} = \frac{1710}{12} = 142.5$$

Mediante un test de homogeneidad de variancias (F) se puede poner a prueba la hipótesis que la variancia debida a la causa conocida A es igual a la del error experimental que en este caso en particular equivaldría a decir que las distintas intensidades de raleo no han producido variabilidad adicional a la debida a causas desconocidas y englobadas bajo el nombre de error experimental.

- **EL MODELO LINEAL ADITIVO**

La anterior ha sido una presentación muy intuitiva del procedimiento que se conoce con el nombre de análisis de la variancia. A continuación haremos una descripción más formal del modelo. Debemos distinguir **el modelo de efectos fijos (modelo I)** que se aplica si las " a " subpoblaciones han sido seleccionados por el experimentador, en contraposición a aquel en donde las subpoblaciones se eligen al azar llamado **modelo de efectos aleatorios o modelo II**. En este último se asume que una muestra de tamaño "a" fue elegida al azar de una población infinita de subpoblaciones mientras que en el modelo I se busca probar diferencias entre un número finito de grupos. Por esta razón se los designa también como modelos finito e infinito.

En el **modelo I**, la respuesta se puede escribir como sigue

$$x_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

de donde se desprende que

$$\tau_i = \mu_i - \mu$$

y que se denomina efecto del grupo i

En el modelo la componente aleatoria ε_{ij} debe cumplir los siguientes supuestos

a) $E(\varepsilon_{ij}) = 0 \quad \forall$ i,j

b) $V(\varepsilon_{ij}) = \sigma^2_\varepsilon = \sigma^2 \quad \forall$ i, j (variancia común u homocedasticidad)

c) $E(\varepsilon_{ij}\varepsilon_{i'j'}) = 0 \quad \forall i \neq i'; j \neq j'$ (independencia de errores)

d) ε_{ij} se distribuyen normalmente.

Los **estimadores** son:

$\bar{x}_{i.}$ estima a μ_i

$\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..}$ estima a τ_i

S^2_A estima a $\sigma^2 + \left(\frac{r}{(a-1)}\right)\sum_{i=1}^{3}(\mu_i - \mu)^2$

S^2_{EE} estima a σ^2

Bajo los supuestos enunciados, los estimadores de variancia son insesgados y su cociente sigue la distribución F, lo que permite probar la hipótesis:

$$H_0 : \sigma^2 + \left(\frac{r}{(a-1)}\right)\sum_{i=1}^{3}(\mu_i - \mu)^2 = \sigma^2$$

$$H_1 : \sigma^2 + \left(\frac{r}{(a-1)}\right)\sum_{i=1}^{3}(\mu_i - \mu)^2 > \sigma^2$$

$F = \frac{S_A^2}{S_{EE}^2}$ se distribuye como $F_{((a-1),(a(n-1))}$

En nuestro ejemplo $F = \frac{1371.67}{142.5} = 9.63$

Si aceptamos que ambas variancias son iguales, significaría que los grupos no han producido efectos en los valores medios es decir $\tau_i = 0$ para todo i o sea que

$$\mu_1 = \mu_2 = ... = \mu$$

En este caso en particular**, F = 9.63****, representando los dos asteriscos que el valor de F es significativo al nivel del 1% ya que si nos fijamos en la Tabla de F para 2 y 12 grados de libertad:

para el nivel del 5% F(2,12) = 3.88

para el nivel del 1% F(2,12) = 6.93

Concluimos rechazando la hipótesis de homogeneidad de variancias e indirectamente la igualdad de medias, por lo tanto $\sum(\mu_i - \mu)^2 > 0$

Para que esta suma de cuadrados sea mayor que 0, por lo menos una media grupal debe diferir del resto. Para saber entre que grupos existe diferencia estadísticamente significativa estudiaremos el tema **"Contrastes entre medias muestrales".**

El ANOVA se acostumbra a presentar en forma de la siguiente tabla. Las columnas son: fuente de variación, suma de cuadrados, grados de libertad, cuadrado medio (variancia) y F.

F. de Variación	**SC**	**GL**	**CM**	**F**
Total	4453.33	14		
Causa A	2743.33	2	1371.66	9.63**
E.E.	1710.00	12	142.50	

Las fórmulas usadas para el cálculo de las sumas de cuadrados, en casos como el presente, en el cual cada grupo se repite igual número de veces, son:

SC	**Fórmula conceptual**	**Fórmula computacional**
Total	$\sum\sum\left(x_{ij}-\bar{x}..\right)^2$	$\sum\sum x_{ij}^2-TC$
Causa A	$r\sum\left(\bar{x}_{i.}-\bar{x}..\right)^2$	$\sum x_{i.}^2-TC$
E.E	$\sum\sum\left(x_{ij}-\bar{x}_{i\cdot}\right)^2$	SCT-SCA

Dónde:

$$TC=\frac{\left(\sum\sum x_{ij}\right)^2}{r\times a}=\frac{x^2..}{r\times a}$$

Apliquemos ahora las fórmulas computacionales para aprender el mecanismo de su utilización porque en la práctica son las que se usan.

Primero calcularemos el **término de corrección** (TC):

$$TC=\frac{(192+201+...+173)^2}{3\times5}=\frac{2660^2}{15}=471706.67$$

luego la **suma de** cuadrados **total**:

$$SCT=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5}x^2{}_{ij}-TC$$

$$SCT=192^2+201^2+...+173^2-TC=476160-471706.67=4453.33$$

y finalmente la **suma de cuadrados de grupos** con igual número de repeticiones es:

$$SCA=r\sum\left(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x}_{\cdot\cdot}\right)^2=\sum\left(\frac{x_{i\cdot}^2}{r}\right)-TC$$ dónde $x_{i.}$ = total de cada grupo.

$$SCA=\frac{\left(965^2+895^2+800^2\right)}{5}-TC=474450-TC=2743.33$$

La **SCEE** se obtiene por diferencia: SCT - SCA.

En el caso de DIFERENTE **NUMERO DE REPETICIONES**, se modifican las fórmulas como sigue:

$$SCA = \sum r_i \left(\bar{x}_{i\cdot} - \bar{x}_{\cdot\cdot}\right)^2 = \sum \left(\frac{x_{i\cdot}^2}{r_i}\right) - TC$$ en sus formas conceptual y computacional

y los **grados de libertad**:

Totales = $\sum r_i - 1$

Causa A = a - 1

E.E.= $\sum r_i - a$

Este caso recibe el nombre de desequilibrado o desbalanceado.

El **modelo II o de efectos aleatorios** considera a los τ_i como variables aleatorias, independientes y con variancia σ_A^2 Las variancias σ^2 (del error experimental) y σ_A^2 se conocen como componentes de la variancia. Aquí también se requiere normalidad, homogeneidad de variancias e independencia de los errores para que sea válida la prueba de F. Las esperanzas de las variancias obtenidas del ANOVA (con idéntico procedimiento que el descrito para el modelo I) son:

$$E\left(S_{EE}^2\right) = \sigma^2 \quad , \quad E\left(S_A^2\right) = \sigma^2 + r\sigma_A^2$$

por lo tanto σ_A^2 puede estimarse de la siguiente manera

$$\hat{\sigma}_A^2 = \frac{S_A^2 - S_{EE}^2}{r}$$

A continuación se presenta una salida de

l software estadístico Statgraphics con el que se ha realizado el ANOVA de una vía o una causa conocida de variación (oneway ANOVA), para el ejemplo del ensayo de raleos.

Analysis of variance

Source of variation	Sum of Squares	d.f.	Mean square	F-ratio	Sig. level
Between groups	**2743.3333**	**2**	**1371.6667**	**9.626**	**.0032**
Within groups	**1710.0000**	**12**	**142.5000**		
Total (corrected)	**4453.3333**	**14**			

0 missing value(s) have been excluded.

En la salida podemos observar la concordancia con los resultados obtenidos manualmente. Las columnas son coincidentes en orden y nombres, salvo que se puede observar una más, la última, titulada como nivel de significación (Sig. level). En ella aparece el valor de probabilidad correspondiente a la cola derecha a partir del F calculado (Sig. level = P(F > Fc)). En otros softwares estadísticos, la probabilidad asociada a la muestra suele designarse como p-value, indicándose si la misma es bilateral (Two tail) o unilateral (tail),según se trate de pruebas de dos colas o de una cola.

En el ejemplo que nos ocupa el nivel de significación o probabilidad asociada al valor observado es 0.0032. Como este valor es menor que 0.05 concluimos que estamos ubicados en la región de rechazo, por lo tanto F es significativo o sea hay diferencias entre las medias de los raleos.

¿QUE OCURRE CUANDO NO SE CUMPLEN LOS SUPUESTOS DEL MODELO?

En la realidad, el incumplimiento de estos supuestos es más frecuente de lo que se piensa por lo cual es necesario efectuar pruebas de residuos. La violación de los supuestos puede acarrear diferentes problemas como ser la estimación de las variancias y la validez de la prueba de F. La dependencia entre las observaciones (violación del supuesto c) puede tener efectos muy graves pero es sin embargo muy fácil de prevenir mediante la aleatorización. Si las suposiciones son válidas el análisis de la variancia constituye una prueba exacta para la hipótesis de igualdad de medias para varios grupos. El uso de transformaciones apropiadas de la variable x es de mucha utilidad para lograr el cumplimiento de algunos supuestos en especial los de normalidad y homogeneidad de variancias u homocedasticidad.

La prueba de los supuestos es fácil de realizar con los software estadísticos existentes. Por ejemplo para probar homocedasticidad, una forma muy rudimentaria es calcular las variancias de los grupos con un procedimiento descriptivo. El ejemplo que estamos trabajando da, con el procedimiento codebook del Statgrafics los siguientes resultados:

Level	size	Sample Variance
1	5	118.500
2	5	210.500
3	5	98.5000

A primera vista podríamos asegurar que se cumple la homogeneidad de variancias de los grupos. Esto también puede confirmarse en este mismo software con las opciones del procedimiento anova oneway que permite examinar este aspecto con los test de Bartlett, Cochran y Hartley.

Tests for Homogeneity of Variances

Cochran's C test: 0.492398   P = 0.591442

Bartlett's test: B = 1.05604   P(0.588855) = 0.744958

Hartley's test: 2.13706

La normalidad ha sido confirmada grabando los residuos y efectuando un ajuste a la normal. La aproximación a la normal fue medida con el test de Kolmogorov - Smirnof.

Estimated KOLMOGOROV statistic DPLUS = 0.127883

Estimated KOLMOGOROV statistic DMINUS = 0.106401

Estimated overall statistic DN = 0.127883

Approximate significance level = 0.96688

No nos extenderemos más sobre este tema pero recordamos su importancia y recomendamos recurrir a la bibliografía indicada cuando se necesite saber acerca de las transformaciones que podrían solucionar problemas de no cumplimiento de supuestos. En el caso en que las transformaciones no logren su cometido será necesario utilizar el test no paramétrico de Kruskal - Wallis.

- **ANOVA CON DOS CAUSAS CONOCIDAS DE VARIACIÓN**

Si entre los datos es factible determinar una segunda causa conocida de variación, es entonces posible descontarla de la del error, logrando así que este último disminuya, con la consiguiente ganancia en precisión.

Imaginemos la siguiente experiencia: Se desea investigar como influye la frecuencia de riego en los diámetros de las guías obtenidas por brotación de estacas plantadas. Los resultados figuran a continuación, donde R1 = riego cada 10 días, R2 = riego cada 20 días y R3 = riego cada 30 días.

R1 : 1.0 , 0.9 , 0.9 , 1.4 .
R2 : 0.7 , 0.8 , 0.9 , 1.1 .
R3 : 0.5 , 0.6 , 0.8 , 0.9 .

El ANOVA de una vía nos da los siguientes resultados:

F. de Variación	**SC**	**GL**	**CM**	**F**
Total	0.6025	11		
Riego	0.2450	2	0.1225	3.08 ns
E.E.	0.3575	9	0.0397	

La prueba de F no es significativa, lo que nos indicaría que las distintas frecuencias de riego no provocan diferencias en los diámetros medios. Ahora bien, si además disponemos de una información acerca del largo de las estacas plantadas, podemos encarar el análisis de la variancia, considerando esa información adicional.

Largo	R_1	R_2	R_3	Total Largo
Largo 1 (25cm)	1.0 0.9	0.7 0.8	0.5 0.6	4.5
Largo 2 (50 cm)	0.9 1.4	0.9 1.1	0.8 0.9	6.0
Total riego	4.2	3.5	2.8	
			Total General 10.5	

Obsérvese que los valores numéricos son los mismos (la SCT será por ende igual) pero, para cada unidad de observación, en este caso para cada planta, disponemos de información adicional. Podemos por lo tanto, realizar el **ANOVA con dos causas de variabilidad conocidas**. Si llamamos a las causas A y B, entonces, la SCT se descompondrá de la siguiente manera:

SCT = SCA + SCB + SCEE

En este caso, la causa A ó factor A es frecuencias de riego y la causa B ó factor B, longitudes de estacas.

La SCT se calcula de igual manera, pero en la simbología es necesario incluir la segunda causa conocida de variación, por lo cual aparece aquí un tercer subíndice "l" que designa al individuo dentro de cada combinación "i,j" , donde i simboliza al riego y j a la longitud de estaca.

$$SCT = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{2}\sum_{l=1}^{2}\left(x_{ijl} - \bar{x}_{...}\right)^2 = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{2}\sum_{l=1}^{1} x_{ijl}^2 - TC$$

$$TC = \frac{\left(\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{2}\sum_{l=1}^{2} x_{ijl}\right)^2}{n} \quad ;$$

n es el número total de unidades experimentales o sea el número de sumandos necesarios para obtener el total general; n también puede obtenerse multiplicando el número de niveles en la causa A (en este caso número de frecuencias de riego a = 3) por el número de niveles en la causa B (número de longitudes de estacas: b = 2) y por el número de repeticiones de cada combinación (en este caso r = 2).

n = a b r = 3 x 2 x 2 = 12

Igualmente, para la SCA que en nuestro ejemplo es riegos:

Fuente de variación	**Fórmula conceptual**	**Fórmula computacional**
Total	$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{2}\sum_{l=1}^{2}\left(x_{ijl}-\bar{x}_{...}\right)^2$	
Causa A(Riego)	$b\times r\times\sum_i\left(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x}_{...}\right)^2$	$\sum_i\left(\frac{x_{i\cdot}^2}{b\times r}\right)-TC$
Causa B **(Largo de estacas)**	$r\times a\times\sum_j\left(\bar{x}_{\cdot j}-\bar{x}_{...}\right)^2$	$\sum_j\left(\frac{x_{\cdot j}^2}{r\times a}\right)-TC$
E.E	$\sum\sum\sum\left(x_{ijl}-\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x}_{\cdot j}+\bar{x}_{...}\right)^2$	$SCT-SCA-SCB$

Notemos que en la suma de cuadrados de ambas causas los cuadrados de los totales de cada nivel en la fórmula computacional deben dividirse entre el número de unidades experimentales que tuvimos que sumar para obtener cada total.

La SCEE se obtiene por diferencia = SCT - SCRiegos - SCLargo.

Ahora calculemos con las fórmulas computacionales las sumas de cuadrados:

SCT= $1^2 + 0.9^2 + ... + 0.9^2 - TC= 9.79 - 9.1875 = 0.6025$

SCA = SC Riegos $=\left(\frac{4.2^2+3.5^2+2.8^2}{4}\right)-TC=9.4325-9.1875=0.2450$

SCB = SC Long. $=\frac{\left(4.5^2+6^2\right)}{6}-TC=9.3750-9.1875=0.1875$

SCEE = 0.6025 – 0.2450 – 0.1875 = 0.17

Los grados de libertad correspondientes son:

Totales = n - 1 = 12 - 1 = 11.

A (Riegos) = a - 1 = 3 - 1 = 2.

B (Long.) = b - 1 = 2 - 1 = 1.

EE = 11 - 2 - 1 = 8.

El cuadro de análisis de la variancia queda como sigue:

F. de Variación	SC	GL	CM	F
Total	0.6025	11		
A (Riegos)	0.2450	2	0.1225	5.76*
B (Largo)	0.1875	1	0.1875	8.82*
E.E.	0.1700	8	0.0213	

Como se puede apreciar, existen diferencias estadísticamente significativas entre las medias aritméticas de diámetros correspondientes a diferentes longitudes de estacas, lo cual en el ANOVA con solo una causa conocida de variabilidad no pudo detectarse. La incorporación de una nueva causa conocida de variabilidad disminuyó la variancia del error experimental, lo cual nos permitió detectar las diferencias entre riegos y además, estudiar estadísticamente la diferencia en diámetro originada por los largos de las estacas, la cual resultó ser significativa al nivel del 5% según lo indica el asterisco.

Cabe agregar que, en un caso como el presentado, también es posible estudiar el efecto de las interacciones entre frecuencias de riego y longitudes de estacas mediante un análisis factorial. Este estudio nos permitiría saber si un factor influye diferenciadamente en los niveles del otro factor. Se presenta la salida del Statgrafics separando el efecto de la interacción AB.

```
Analysis of Variance for ANOVA2.dap - Type III Sums of Squares
--------------------------------------------------------------------------------------------------------
Source of variation   Sum of Squares   d.f.   Mean square   F-ratio   Sig. level
--------------------------------------------------------------------------------------------------------
MAIN EFFECTS
  A:ANOVA2.largo          .1875000       1     .1875000       8.824     .0179
```

B:ANOVA2.riego	.2450000	2	.1225000	5.765	.0282
RESIDUAL	.1700000	8	.0212500		
TOTAL (CORRECTED)	.6025000	11			

0 missing values have been excluded.

All F-ratios are based on the residual mean square error.

Análisis de la variancia considerando la interacción

Analysis of Variance for ANOVA.dap - Type III Sums of Squares

Source of variation	Sum of Squares	d.f.	Mean square	F-ratio	Sig. level
MAIN EFFECTS					
A:ANOVA.largo	.1875000	1	.1875000	6.818	.0401
B:ANOVA.riego	.2450000	2	.1225000	4.455	.0652
INTERACTIONS					
AB	.0050000	2	.0025000	.091	.9143
RESIDUAL	.1650000	6	.0275000		
TOTAL (CORRECTED)	.6025000	11			

0 missing values have been excluded.

All F-ratios are based on the residual mean square error.

En el estudio de interacciones se rechaza la influencia de un factor en forma diferenciada sobre el otro. Al no ser significativa la prueba de F para la interacción se puede pensar que ambas variancias son iguales (del error y de la interacción) y lo correcto sería entonces utilizar la información de ambas para estimar al error experimental, es decir que el primer ANOVA sería el correcto.

La suma de cuadrados de la interacción se calcula como sigue:

SC AB = SC Comb AB - SCA – SCB

Las combinaciones se refieren a las seis obtenidas de “combinar” las 3 frecuencias de riego con las 2 longitudes de estacas. Las fórmulas conceptuales y computacionales son las siguientes:

$$\text{SC Comb AB} = r\sum_i \sum_j \left(\bar{x}_{ij.} - \bar{x}_{...}\right)^2 = \frac{\sum_i \sum_j x_{ij.}^2}{r} - TC$$

Aplicando a nuestro ejemplo:

$$\text{SC Comb. AB} = \frac{1}{2}\left(1.9^2 + 1.5^2 + 1.1^2 + 2.3^2 + 2.0^2 + 1.7^2\right) - \frac{10.5^2}{12}$$

$$= \frac{1}{2}19.25 - 9.1875 = 0.4375$$

dónde $1.9 = x_{11.}, 1.5 = x_{21.}$, etc es decir los totales de las combinaciones.

SC AB = 0.4375 – 0.2450 – 0.1875 =0.005

Prueba de los supuestos:

Normalidad

Estimated KOLMOGOROV statistic DPLUS = 0.127248

Estimated KOLMOGOROV statistic DMINUS = 0.127248

Estimated overall statistic DN = 0.127248

Approximate significance level = 0.99006

A continuación se presentan las salidas obtenidas con SAS de los ejemplos que estamos tratando, con una y dos causas conocidas de variación. En éste último análisis, al probar con los residuos la homogeneidad de variancias, el test de Levene produce el rechazo de éste supuesto.

Es necesario advertir, que ante el incumplimiento de éste supuesto, la prueba de F no es válida. En casos como éste se debe recurrir a transformaciones de datos y si éstas no fueran efectivas, se recurrirá a pruebas no paramétricas.

Salida de Análisis de la variancia con dos causas conocidas de variación frecuencia de Riego y largo de estacas

General Linear Models Procedure

Class Level Information

Class	Levels	Values
TRAT	6	1 2 3 4 5 6
LARGO	2	1 2
RIEGO	3	1 2 3

Number of observations in data set = 12

Dependent Variable: DAP

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	3	0.43250000	0.14416667	6.78	0.0137
Error	8	0.17000000	0.02125000		
Corrected Total	11	0.60250000			

R-Square	C.V.	Root MSE	DAP Mean
0.717842	16.65986	0.145774	0.87500000

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
LARGO	1	0.18750000	0.18750000	8.82	0.0179
RIEGO	2	0.24500000	0.12250000	5.76	0.0282

Prueba de normalidad de Shapiro Wilks.

W:Normal 0.95575 Prob<W 0.6695

Prueba de Homogeneidad de variancias de Levene

Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
TRAT	5	0.06416667	0.01283333	15.40	0.0023

Considerando Interacción

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F

Model	5	0.43750000	0.08750000	3.18	0.0956
Error	6	0.16500000	0.02750000		
Corrected Total	11	0.60250000			

R-Square	C.V.	Root MSE	DAP Mean
0.726141	18.95214	0.165831	0.87500000

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
RIEGO	2	0.24500000	0.12250000	4.45	0.0652
LARGO	1	0.18750000	0.18750000	6.82	0.0401
LARGO*RIEGO	2	0.00500000	0.00250000	0.09	0.9143

Análisis de la variancia con una causa conocida.

Raleos

General Linear Models Procedure

Class Level Information	Class	Levels	Values
	RALEO	3	1 2 3

Number of observations in data set = 15

Dependent Variable: VOL

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	2	2743.333333	1371.666667	9.63	0.0032
Error	12	1710.000000	142.500000		
Corrected Total	14	4453.333333			

R-Square	C.V.	Root MSE	VOL Mean
0.616018	6.731581	11.93734	177.333333

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
RALEO	2	2743.333333	1371.666667	9.63	0.0032

Prueba de normalidad de Shapiro Wilks

```
W:Normal   0.962229  Prob<W       0.6968
```

Prueba de homogeneidad de variancias de Levene

Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
RALEO	2	43.20000000	21.60000000	0.51	0.6112

Observaciones acerca de las salidas del SAS

Class level information : da el número de clases de cada una de las variables de agrupamiento. Por ej.: en largo: 2, riego: 3, tratamientos : 6 = 2 * 3.

En el análisis de la variancia el SAS da primero la significación global del modelo (Source : model) en donde se incluyen todas las causas conocidas de variabilidad que se consideraron en el análisis. El error experimental es el que figura allí como Error. DF son los grados de libertad (degree freedom), Sum of Squares son las sumas de cuadrados , Mean Square son los cuadrados medios o variancias.

En un cuadro siguiente se desglosa el modelo, por ejemplo en largo, riego e interacción largo por riego.

La prueba de normalidad de Shapiro-Wilks da el estadístico W, la probabilidad asociada (Prob<W) que, si es menor que 0.05 (alfa) conduce al rechazo de la hipótesis de distribución normal de los residuos.

A su vez, la prueba de homogeneidad de variancias de los residuos de Levene con su estadístico F y su probabilidad (Pr>F) el que si es menor de 0.05 lleva al rechazo de la homogeneidad de variancias.

OTRA SALIDA CONSIDERANDO EL SOFTWARE INFOSTAT

ANOVA CON UNA CAUSA CONOCIDA DE VARIACIÓN

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p
Modelo	2743,3333	2	1371,6667	9,6257	0,0032

raleos	2743,3333	2	1371,6667	9,6257	0,0032
Error	1710,0000	12	142,5000		
Total	4453,3333	14			

Prueba de Normalidad

Shapiro-Wilks (modificado Rahman MM & Govindarajulu Z. JAS 24(2), 1977, 219-235)

Variable	n	Media	D.E.	W*	p (una cola)
Residuos_volumen	15	0,00	11,05	0,94	0,54

PRUEBA DE HOMOGENEIDAD DE VARIANCIAS DE LEVENE.

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p
Modelo	43,20	2	21,60	0,51	0,61
raleos	43,20	2	21,60	0,51	0,61
Error	505,20	12	42,10		
Total	548,40	14			

Para realizar la Prueba de Homogeneidad de variancias se guardan los valores absolutos de los residuos y con ellos (como variable dependiente) se realiza el ANOVA colocando como variable de clasificación los tratamientos.

ANOVA CON DOS CAUSAS DE VARIACIÓN

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p
Modelo	0,4325	3	0,1442	6,7843	0,0137
largo	0,1875	1	0,1875	8,8235	0,0179
riego	0,2450	2	0,1225	5,7647	0,0282
Error	0,1700	8	0,0213		
Total	0,6025	11			

PRUEBA DE NORMALIDAD

Shapiro-Wilks (modificado Rahman MM & Govindarajulu Z. JAS 24(2), 1977, 219-235)

Variable	n	Media	D.E.	W*	p (una cola)
Residuos_diametro	12	0,00	0,12	0,98	0,96

PRUEBA DE HOMOGENEIDAD DE VARIANZAS DE LEVENE

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p
Modelo	0,0642	5	0,0128	15,4000	0,0023
trat	0,0642	5	0,0128	15,4000	0,0023
Error	0,0050	6	0,0008		
Total	0,0692	11			

CONSIDERANDO INTERACCIÓN

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p
Modelo	0.4375	5	0.0875	3.1818	0.0956
largo	0.1875	1	0.1875	6.8182	0.0401
riego	0.2450	2	0.1225	4.4545	0.0652
largo*riego	0.0050	2	0.0025	0.0909	0.9143
Error	0.1650	6	0.0275		
Total	0.6025	11			

Como se ve P>0.05 la interacción no es significativa.

Si se comparan los valores obtenidos en cada salida del INFOSTAT con las del SAS se observan valores similares en los cuadros correspondientes.

- **PRUEBAS DE SIGNIFICACION DE DIFERENCIAS ENTRE MEDIAS. CONTRASTES**

Estas son las pruebas complementarias del ANOVA para determinar entre qué grupos (a nivel de medias) existen diferencias significativas desde el criterio estadístico. También sirven para probar contrastes que involucran más de dos grupos.

A continuación se presentan como ejemplos dos contrastes que involucran a cuatro tratamientos testados en una experiencia.

El primero es una diferencia entre las medias de los tratamientos 1 y 2. Como se ve, la diferencia entre dos medias es el contraste más sencillo. El segundo contraste prueba diferencia entre dos grupos, formado el primero de ellos por los tratamientos 1 y 2 y el segundo por los tratamientos 3 y 4.

Para que un contraste sea considerado como tal, la suma de los coeficientes de las medias debe ser 0.

Sea el contraste "d" que involucra a "k" grupos:

d será considerado contraste si

donde c_i indica el coeficiente que multiplica a la media del iésimo tratamiento.

Puede comprobarse que d_1 y d_2 cumplen esta condición?

Sí, ya que si consideramos d_1 es 1-1=0

Si consideramos d_2 es 1+1-1-1=0

- **ORTOGONALIDAD DE CONTRASTES**

Para aplicación de las pruebas que se verán más adelante, se exige, en una de ellas que los contrastes sean ortogonales.

Dos contrastes son ortogonales, cuando las suma de los productos de los coeficientes de sus términos homólogos, es cero.

$$d_1 = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = c_{11}\,\bar{x}_1 + c_{12}\,\bar{x}_2 + c_{13}\,\bar{x}_3$$

$$d_2 = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 - 2\,\bar{x}_3 = c_{21}\,\bar{x}_1 + c_{22}\,\bar{x}_2 + c_{23}\,\bar{x}_3$$

Los contrastes d_1 y d_2 son ortogonales porque se cumple la condición que la suma de los productos de los términos homólogos es cero:

Si se tiene más de un contraste, por ejemplo tres, se debe probar la ortogonalidad de a pares: si d_1 y d_2 son ortogonales, como así también d_1 y d_3, entonces d_2 y d_3 lo son.

- **VARIANCIA DE UN CONTRASTE**

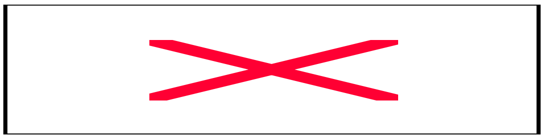
Sea el siguiente contraste que involucra a k medias:

Suponiendo que las k muestras fueron elegidas independientemente, la variancia del contraste V(d), que también se designa como

puede obtenerse aplicando las propiedades del operador variancia:

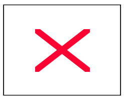
Si se supone homogeneidad de variancias:

Como σ^2 no es conocida, se la estima por la variancia del error S^2EE; r_1, $r_{2,\ldots,}$ r_k son los tamaños de la muestra en cada tratamiento. Por ello :



- **PRUEBA DE "t" o DLS**

Se trabaja con la distribución de "t". Puede usarse para cualquier tipo de contraste, sujeto a las restricciones que se dan más adelante.



siendo v los grados de libertad del error experimental y S_d la desviación estándar del contraste.

Restricciones:

1) Los contrastes deben ser planificados antes de realizar la experiencia.

2) El número de contrastes debe ser como máximo el de los grados de libertad de tratamientos.

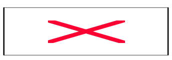
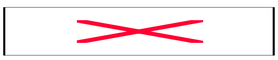
3) Los contrastes deben ser ortogonales.

4) No se pueden contrastar la media mayor con la menor ni tampoco las dos mayores con la menor.

Como ejemplo se utilizará la prueba de "t" para determinar la significación estadística de 2 contrastes efectuados con medias de la experiencia de raleo en *Eucalyptus grandis* (ver el ejemplo del tema ANOVA con una y dos causas conocidas de variación).

Del ANOVA sabemos que $S^2_{EE} = 142.5$ con 12 grados de libertad.

Supóngase que desean efectuar los siguientes contrastes:

Prueba de d_1: $d_1 = 179 – 160 = 19$

$S^2_{d1} = S^2_{EE}\ (1/r1 + 1/r2) = 142.5 * (1/5 + 1/5) = 57$; $S_{d1} = 7.5498$

$t_c = d_1/S_{d1} = 19/7.5498 = 2.52$

Comparando el t_c ("t" calculado) con el de tabla $t_{(12)}$ al nivel del 5% ($t_{(12)0.05}$= 2.179):

2.52 > 2.179 Hay diferencia significativa entre los raleos 2 y 3 al nivel α=0.05.

Prueba de d_2

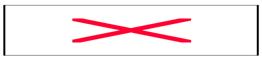
d_2 = 2*193-179-160 = 47

$S^2_{d_2}$ = 142.5*(4/5 + 1/5 + 1/5) = 171; S_{d_2} = 13.0767 ;

$t_c = \dfrac{d_2}{S_{d_2}}$ = 47/13.0797 = 3.5942 ; $t_{(12)0.05}$= 2..179

13.0767 > 2.179 : El contraste es significativo, es decir que el tratamiento 1 difiere del promedio de 2 y 3 al nivel α = 0.05.

Otra manera de realizar la prueba es expresando la zona de rechazo en valores de diferencia: DLS es el valor mínimo de diferencia entre las muestras para rechazar la hipótesis nula.



Las DLS a nivel α = 0.05 para los dos contrastes estudiados son:

$DLS_1 = t_{(12)0.05} * S_{d1}$ = 2.179 * 7.5498 = 16.45 que tiene el siguiente significado: se necesita una diferencia en valor absoluto de cómo mínimo 16.45 entre el tratamiento 2 y el tres para rechazar la hipótesis nula de no diferencia entre ellos. En este caso $d_1 = 19 > DLS_1$ por lo tanto se rechaza H_0, o sea los tratamientos 2 y 3 producen rendimientos medios diferentes.

Para el segundo contraste, también al nivel del 5%:

$DLS_2 = t_{(12)0.05} * S_{d2}$ = 2.179 * 13.0767 = 28.49. Al igual que en el contraste anterior d_2 es mayor que DLS_2, por lo que se rechaza la hipótesis de no diferencia.

Muchos paquetes estadísticos ofrecen la posibilidad de realizar todas las diferencias posibles entre medias de tratamientos con "t". Pero existe un gran peligro al utilizar este procedimiento ya que el error se incrementa con el número de pares que se testan. Por ello se recomienda prestar atención especial a las restricciones en el uso de "t" o utilizar otras pruebas como las que se presentan a continuación.

El test de Bonferroni soluciona el problema del aumento de α trabajando con α/n donde n es el número de diferencias que se prueban. Este test es ofrecido por casi todos los paquetes estadísticos.

- **PRUEBA DE TUKEY.**

Sirve para probar todas las diferencias entre medias de tratamientos de una experiencia.

q es el valor de tabla para el nivel de significación α de la tabla de Tukey correspondiente a k tratamientos y grados **de** libertad del error experimental. La única exigencia es que el número de repeticiones sea constante en todos los tratamientos.

Se aplicará esta prueba al ejemplo de raleo en *Eucalyptus grandis*

Sabemos que la media del tratamiento 1 es 193, la del 2 es 179 y la del 3 es 160. También conocemos que S^2_{EE} = 142.5 con 12 grados de libertad.

.

El valor Δ tiene el mismo significado que la D.L.S. :

Si $|d| < \Delta$ significa que no hay diferencias estadísticamente significativas a nivel α .

Si $|d| > \Delta$ entonces se rechaza la hipótesis nula de no diferencia entre las medias de los dos tratamientos

Por comodidad se acostumbra a ordenar la realización de las diferencias en un cuadro de doble entrada, de tal forma que en la primera fila se colocan las medias en orden creciente y en la primera columna, las medias en orden decreciente, como se indica a continuación.

	Media del trat. 3 160	Media del trat. 2 179	Media del trat. 1 193
Media del trat. 1 193	33**	14	
Media del trat. 2 179	19		
Media del trat 3 160			

En cada celda, va el resultado de la diferencia, indicándose mediante asteriscos si son significativas al nivel del 5% (*) o del 1% (**). En este caso los asteriscos indican que entre los tratamientos 1 y 3 existen diferencias estadísticamente significativas al nivel del 1%. Las otras diferencias no alcanzan a superar el nivel del 5% (Δ = 20.13), por lo tanto no se pone ningún asterisco.

Puede notarse que la prueba de Tukey es más exigente que la de "t" puesto que con ésta última se concluyó que sí había diferencia significativa entre los tratamientos 2 y 3 mientras que Tukey requiere de una diferencia mayor para llegar a esta conclusión. Esto resulta en un test más conservador; la prueba de Tukey tiene menos potencia que otras como por ejemplo Duncan o Newman-Keuls.

Salida con INFOSTAT

Test: Tukey Alfa: 0,05 DMS: 20,1423

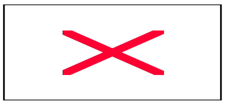
raleos	Medias	n		
3	160,0000	5	A	
2	179,0000	5	A	B
1	193,0000	5		B

Letras distintas indican diferencias significativas(p<=0,05)

- **PRUEBA DE DUNCAN.**

Es menos exigente que Tukey y también sirve para probar todas las diferencias posibles entre medias de tratamientos de una experiencia.

Es de uso más complicado que Tukey pues se debe calcular tantas diferencias límites de significación como grados de libertad de tratamientos.



Restricción : igual número de repeticiones en tratamientos.

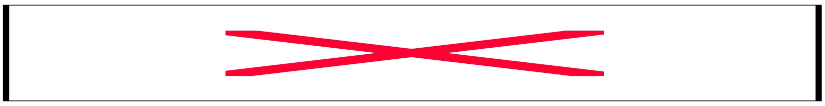
Aquí D tiene significado similar al de DLS o al de Δ al nivel α , $z_{(n,glEE)}$ es el valor de la tabla Duncan para el nivel α elegido y n (número de tratamientos abarcados por el contraste) y glEE son los grados de libertad del error experimental. S^2_{EE} y r tienen el significado usual. Para su aplicación se ordenan las medias en sentido creciente ó decreciente. Supóngase tres medias en donde a, b y c simbolizan a los tratamientos que corresponden a las medias mayor, intermedia y menor respectivamente.

Para comparar medias consecutivas, como ser a con b, b con c, es decir contrastes que abarcan dos medias se calcula un D con z correspondiente a 2 (tratamientos abarcados por el contraste) y grados de libertad del error experimental.

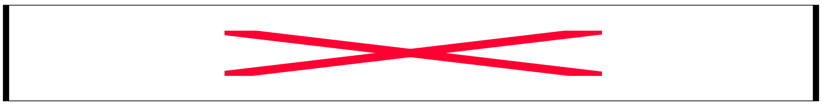
Para comparar el tratamiento a con c, debe calcularse otra diferencia límite significativa D esta vez con z correspondiente a 3 y los grados de libertad del error. Como ejemplo, se aplicará Duncan para probar la significación estadística de las diferencias entre medias de las tres intensidades de raleo en *Eucalyptus grandis*.

Sabemos que las medias de los tratamientos 1, 2 y 3 son 193, 179 y 160. Para comparar los tratamientos 1 con 2 y 2 con 3, es decir para contrastes que abarcan 2 medias :

Para comparar los tratamientos 1 con 3, es decir para contrastes que



abarcan 3 medias :



Se acostumbra a presentar los resultados uniendo con rayas aquellas medias pertenecientes a diferencias que no resultaron ser estadísticamente significativas para el nivel fijados.

Para $\alpha = 0.05$ $\quad \bar{x}_1 = 193 \quad \bar{x}_2 = 179 \quad \bar{x}_3 = 160$

Para $\alpha = 0.01$ $\quad \bar{x}_1 = 193 \quad \bar{x}_2 = 179 \quad \bar{x}_3 = 160$

Salida con INFOSTAT

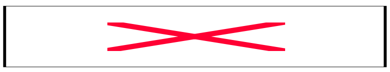
Test: Duncan Alfa: 0,05

raleos	Medias	n		
3	160,0000	5	A	
2	179,0000	5		B
1	193,0000	5		B

Letras distintas indican diferencias significativas(p<=0,05)

- **PRUEBA DE SCHEFFE.**

Es para todo tipo de contrastes. El valor límite del contraste para un dado nivel α es:



en donde k= número de tratamientos, $F_{(k,glEE)}$ es el valor de la tabla de "F" para grados de libertad de tratamientos y del error experimental al nivel de significación dado y S_d^2 es la variancia del contraste. El significado de Sch es similar al de DLS o sea es un valor de contraste que es el límite inferior para rechazar la hipótesis nula (la media del contraste es 0).

- **PRUEBA DE DUNNETT**.

Si uno de los tratamientos es el testigo, sirve para comparar con él el resto de los tratamientos.

$Du = d/S_d$ donde d es la diferencia entre la media de un tratamiento cualquiera, exceptuando el testigo, y la media del testigo mismo, S_d es la desviación estandar de esa diferencia.

Du se compara con el $Du_{(k-1,glEE)}$ de la tabla de Dunnett para k-1 y los grados de libertad del error experimental.

Si $Du < Du_{(k-1,glEE)}$ entonces la diferencia del tratamiento en cuestión con el testigo no es significativa al nivel α.

Si $Du > Du_{(k-1,glEE)}$ la diferencia del tratamiento con el testigo es significativa al nivel α.

- **DISEÑO EXPERIMENTAL. CONCEPTOS BÁSICOS**.

La experimentación nace de la necesidad de poner a prueba hipótesis surgidas como consecuencia de la observación de un hecho determinado.

Por ejemplo: de la observación del comportamiento de ejemplares de *Eucalyptus tereticornis* en una zona dada, surge la hipótesis de que su crecimiento en masa sería mejor que el de otras especies del mismo género (*E. camaldulensis, E. sideroxylum y E. bosistoana*) que evidenciaron también una buena adaptación al sitio. Para poder comprobar la hipótesis sugerida por la observación, es necesario realizar una experiencia que consistirá por supuesto, en la plantación de parcelas con las especies involucradas y su medición después de haber transcurrido el número de años suficiente para poder evaluar la masa.

El diseño experimental proporciona las bases para la planificación de la experiencia y puede definirse como una secuencia de pasos, planificados de antemano, para lograr una adecuada toma de datos, que asegure el análisis objetivo de los mismos y permita la obtención de conclusiones válidas sobre el problema en estudio.

En el ejercicio profesional, son muchos los interrogantes que son dilucidados por medio de experiencias tendientes a probar hipótesis adecuadas.

El planeamiento de un experimento según Kempthorne en su obra "The Design and Analysis of Experiments", consta de los siguientes pasos:

a) Enunciado del problema.

b) Formulación de las hipótesis.

c) Sugerencia de la técnica experimental y del diseño .

d) Examen de los sucesos posibles y referencias en que se basan las razones que aseguren que el experimento proporcionará la información requerida y en la extensión adecuada.

e) Consideración de los posibles resultados desde el punto de vista de los procedimientos estadísticos que se les aplicará, para asegurar que satisfagan las condiciones necesarias que hagan válidos estos procedimientos.

f) Ejecución del experimento.

g) Aplicación de las técnicas estadísticas a los resultados experimentales.

h) Extracción de conclusiones con medidas de la confiabilidad de estimaciones de las cantidades evaluadas. Deberá darse cuidadosa consideración a la validez de las conclusiones para la población de objetos o eventos a la cual se van a aplicar.

i) Evaluación de la investigación completa, particularmente con otras investigaciones del mismo problema o similares.

A continuación aclararemos algunos términos que serán utilizados frecuentemente en el desarrollo de este tema.

- **TRATAMIENTO.**

Es todo material experimental sometido a estudio o ensayo de comparación. En los siguientes ejemplos, los tratamientos son los que se indican mediante subrayado.

*Estudio del comportamiento de plantas de una especie determinada obtenidas de semillas de diferentes <u>procedencias.</u>

*Efectos obtenidos por la aplicación de diferentes insecticidas.

*En una plantación, comparar los efectos producidos por diferentes tipos de raleo.

*Comparar los resultados obtenidos al efectuar mediciones indirectas de alturas de árboles, utilizando hipsómetros de marcas diferentes.

*Comparar resultados de mediciones obtenidas en preparados logrados mediante diferentes técnicas de coloración.

*Comparar los rendimientos de una especie plantada en sitios diferentes.

*Comparar crecimientos en altura en plántulas regadas con agua con diferentes tenores salinos.

A menudo se acostumbra a introducir entre los tratamientos un "testigo" para facilitar la comparación con el resto de los tratamientos. Cuando se estudia la aplicación de insecticidas, fertilizantes, hormonas etc., el testigo consiste en la no aplicación de los mismos, es decir, "sin tratar".Otras veces el testigo suele ser el tratamiento habitual o tradicional en la zona en que se efectúa la experiencia.

- **UNIDAD EXPERIMENTAL.**

Es el lugar, elemento o individuo sobre el que se "aplican los tratamientos" en estudio. Ejemplo: parcela de terreno, parcela de bosque, una planta, una hoja, un trozo de tejido, un tubo de ensayo, etc.

Habitualmente se da al diseño experimental un sentido más restringido: la definición del conjunto de unidades experimentales (número, forma y tamaño) sobre las cuales se efectuarán las observaciones y mediciones y a la ubicación o distribución de los tratamientos en los mismos.

- **ERROR EXPERIMENTAL**.

En una experiencia pueden ocurrir dos tipos de errores: sistemáticos y casuales o aleatorios. Dejando a un lado los sistemáticos, que pueden ocurrir cuando, por ejemplo, no se hace una distribución aleatoria de los tratamientos en las unidades experimentales, los errores casuales son aquellos que ocurren al azar o por "pura casualidad" y que no pueden ser asignados a una única causa definida. El conjunto de estos errores recibe el nombre de error experimental y engloba todas las causas de variación no controlables. En el ANOVA es cuantificado numéricamente mediante S^2_{EE} es decir, la variancia del error. Este error puede ser disminuido mediante diseños experimentales adecuados, recolección de información adicional (observaciones concomitantes: análisis de la covariancia) y/o elección adecuada del tamaño y forma de las unidades experimentales (parcelas).

Otra forma de definir el error experimental: es una medida de la variabilidad existente entre las unidades experimentales que han sido igualmente tratadas.

- **PRINCIPIOS BASICOS DE LA EXPERIMENTACION.**

Deben respetarse los siguientes principios básicos para dar validez a los resultados y conclusiones que se obtengan. Ellos son:

1) Repetición, 2) Aleatorización y 3) Control local.

1) Repetición. Como se ha visto en capítulos anteriores sobre ANOVA y contrastes, las pruebas de diferencias entre medias de tratamientos son, en definitiva pruebas donde se establecen diferencias límites significativas en unidades de diferencias (Tukey, Duncan,"t") o en unidades estandarizadas (d/Sd como en Dunnett). En las fórmulas puede observarse que, si no hay repeticiones, es imposible determinar S_d y por lo tanto no tenemos información acerca de cual es la variabilidad aleatoria, es decir la no controlada por el investigador, que es en definitiva la que nos sirve como unidad de medida. En este sentido, recordemos que el broche final del ANOVA es la prueba de F de homogeneidad de variancias, en donde se ve si los tratamientos han producido o no efectos diferenciados.

Dicho de otra manera más sencilla: supongamos que queremos estudiar la diferencia en crecimiento de dos clones de álamos "A" y "B" bajo idénticas condiciones de sitio y tratamientos culturales. Para ello implantamos solamente dos parcelas, es decir no efectuamos repeticiones. Transcurrido un tiempo determinado, supongamos 10 años, encontramos que la parcela del clon A tiene un volumen de 10 m3 y la de B de 8 m3. ¿Son estos resultados suficientes para afirmar que A tiene mejor crecimiento que B? Evidentemente no. Puede haber ocurrido que, a pesar de haber tomado todos los recaudos necesarios para igualar condiciones de crecimiento en las dos parcelas, la parcela de A se halla visto favorecida porque las condiciones de fertilidad son mejores que la de B o que disponga de más humedad, etc. La única manera de responder a la pregunta sobre cuál de los dos clones crece mejor bajo las condiciones dadas, es mediante la repetición.

2) Aleatorización. Volviendo al ejemplo anterior, y suponiendo que efectuamos repeticiones (5 parcelas con A y 5 con B), tampoco sería conveniente agrupar las parcelas de A en un lugar y las de B en otro, porque también correríamos el riesgo de favorecer a un clon en detrimento del otro. Lo correcto es distribuir las parcelas al azar.

3) Control local. Cuando existe o se sospecha la existencia de alguna causa adicional de variabilidad, el control local permite aislarla impidiendo así que sea incorporada a la variabilidad del error experimental.

El control local es muy importante en la implantación de diseños a campo, en donde es imposible lograr uniformidad en las unidades experimentales (parcelas) por lo que es conveniente utilizar diseños que permitan captar la variabilidad del terreno y así, descontarla de la del error experimental.

Como se verá más adelante, el diseño en bloques al azar, permite el control local a campo cuando se sospecha variabilidad en un sentido. Las parcelas se agrupan en "bloques" disponiéndose los bloques de una manera tal que se minimice la variación dentro de los bloques (p.ej. buscando condiciones de suelo homogéneas dentro de cada bloque), mientras que puede encontrarse una variación considerable entre los bloques, ya que esta última puede calcularse y descontarse de la del error.

- **COEFICIENTE DE VARIACION DE UN EXPERIMENTO.**

Es una medida de la precisión de un experimento en su capacidad para detectar diferencias entre tratamientos, como así también un indicador del grado de homogeneidad del material experimental con que se ha trabajado.

Se calcula como CV= $\frac{100 * S_{EE}}{\bar{x}}$ es decir la desviación estándar del error experimental (S_{EE}), expresada porcentualmente con respecto a la media aritmética ($\bar{x}$) de todas las unidades experimentales.

Un ensayo se califica con un nivel de precisión aceptable cuando el coeficiente de variación no supera el 20% .

- **GRADOS DE LIBERTAD DEL ERROR EXPERIMENTAL.**

Como regla general, se aconseja que los grados de libertad del error experimental no sean inferiores a 10.

- **TAMAÑO Y FORMA DE PARCELAS**.

Por ser la parcela la unidad experimental de uso más frecuente en los ensayos a campo, a continuación se transcribe un párrafo del capítulo "Diseños Experimentales" redactado por B.Ditlevsen y que forma parte de la publicación de FAO "Mejora genética de árboles forestales"(1980).

"El tamaño y forma de las parcelas, el espaciamiento de las plantas, etc., a menudo pueden variar de un lugar a otro, dependientes tanto del área experimental, del objetivo del ensayo, del volumen y de la calidad del material, como de otros factores a menudo de carácter práctico. En lo que se refiere a tamaño y forma de parcela, existe una serie de investigaciones para la ilustración del tamaño y la forma óptimos (Johnstone y Samuesl 1974). No parece posible dar normas generales para la configuración de las parcelas, pero los puntos siguientes son importantes al elegirse tanto el tamaño como la forma:

1) Un aumento del tamaño de las parcelas dará un estimado más seguro de la media de parcela. Por otro lado, un aumento de las parcelas conducirá a un aumento correspondiente del tamaño de los bloques y, con ello, de la variación dentro del bloque individual. Una variación mayor dentro de los bloques, reducirá

las posibilidades para revelar diferencias entre parcelas, si las hay. De esta manera, Wright y Freeland (1959, 1960) observaron que una reducción del tamaño de las parcelas hasta parcelas de un solo árbol, condujo a una eficacia mayor con respecto a pruebas de altura y diámetro de pinos.

2) Para los ensayos de, por ejemplo, diferentes fertilizantes es necesario emplear parcelas bastante grandes, frecuentemente cercadas por hileras de bordura para evitar la influencia de las parcelas lindantes. Lo mismo se aplica a ensayos en los que, con el tiempo, puede ocurrir competencia entre árboles de parcelas lindantes una con la otra.

3) En cuanto a la forma de las parcelas, en la mayoría de los casos será más ventajoso elegir parcelas cuadradas, logrando con ello el perímetro más reducido y, por consiguiente, la mínima influencia de parcelas vecinas. En condiciones de variaciones sistemáticas importantes de la localidad, por ejemplo una pendiente, sin embargo, puede ser más ventajoso usar parcelas oblongas dispuestas de manera tal que dicha variación se absorba dentro de las parcelas.

Como queda mencionado en lo anterior, la precisión de un ensayo puede mejorarse sobre todo aumentándose el número de repeticiones. Por otro lado, un aumento inútil de la precisión mediante gran número de repeticiones, conducirá a una pérdida de recursos en la forma de plantas y mano de obra. Por eso, es importante tratar de estimar, al establecerse el ensayo, el número de repeticiones necesario y suficiente a aplicarse para dar la precisión deseada."

En la bibliografía citada al final, se encuentran fórmulas para el cálculo del número de repeticiones necesario.

- **CLASIFICACION DE LOS DISEÑOS EXPERIMENTALES.**

A continuación daremos una clasificación de los diseños que se estudian en este curso y que sólo corresponden a los diseños básicos más sencillos que dispone en la actualidad la técnica experimental. También es necesario aclarar que nos referiremos a diseños aleatorios ya que los sistemáticos están actualmente en desuso puesto que ellos no respetan el principio básico de la aleatorización y no son susceptibles de tratamiento estadístico.

DISEÑO COMPLETAMENTE **ALEATORIZADO**. Se hace la distribución al azar de los tratamientos en las unidades experimentales sin ninguna restricción.

DISEÑO EN BLOQUES AL AZAR. Se establece la restricción de que las unidades experimentales forman bloques (para lograr así captar la variabilidad de las mismas) y la aleatorización se hace con la restricción de que cada tratamiento debe estar presente solo una vez en cada bloque.

DISEÑO EN CUADRADO **LATINO**. Aquí se identifican filas y columnas con el material experimental y la aleatorización esta sujeta a dos restricciones: cada tratamiento debe estar presente sólo una vez en cada fila y columna.

A continuación se presentan esquemas de la distribución de 3 tratamientos (A, B y C),cada uno de ellos repetido 3 veces, totalizando 9 parcelas según los diseños dados. También se presenta la distribución de los grados de libertad en los tres diseños.

Completamente
Aleatorizado

A	C	B
A	B	A
C	B	C

Fuente de Variación	Grados de Libertad
Total	8
Tratamientos	2
Error Exp.	6

Bloques al azar

Bl. N°			
	B	C	A
II	A	B	C
III	B	C	A

Fuente de Variación	Grados de libertad
Total	8
Tratamientos	2
Bloques	2
Error Exp.	4

Cuadrado Latino

Col.N°	Fila N°		
	1	2	3
I	B	C	A
II	A	B	C
III	C	A	B

Fuente de Variación	Grados de libertad
Total	8
Tratamientos	2
Filas	2
Columnas	2
Error Exp.	2

DISEÑO COMPLETAMENTE ALEATORIZADO.

Se utiliza solo cuando se dispone de material experimental homogéneo. En este diseño no se hace ninguna agrupación de las unidades experimentales y la aleatorización no tiene restricciones.

Según Cochran y Cox (1995), puede emplearse bajo las siguientes condiciones:

1) Ensayos con pocas unidades experimentales donde es de importancia tener el máximo número de grados de libertad para la estimación del error experimental. (Obsérvese en el ejemplo dado de las 9 parcelas y 3 tratamientos que el diseño completamente al azar es el de mayor grados de libertad).

2) En ensayos donde aparentemente no hay ninguna razón para establecer bloques (material experimental aparentemente homogéneo). Este puede ser el caso de pruebas de laboratorio en donde las condiciones del medio ambiente están controladas y son uniformes.

En el ANOVA se procede con una sola causa conocida de variabilidad.

Ventajas.

a) Fácil planificación y flexible en lo referente a número de tratamientos y repeticiones.

b) El número de repeticiones no es necesario que sea igual para todos los tratamientos: no hay entonces problemas en el análisis estadístico cuando por algún imponderable se pierden unidades experimentales.

c) En relación a otros diseños es el que permite en el ANOVA el mayor número de grados de libertad del error experimental.

Desventajas.

a) Exige para su aplicación material experimental homogéneo. Por ello, en experimentación a campo se limita su uso a experiencias con pocos tratamientos.

b) Este diseño conduce a estimaciones altas del error experimental (poca precisión), puesto que las variaciones debidas a todos los factores, a excepción de tratamientos, son consideradas como variaciones debidas al azar.

A continuación se presentan dos ejemplos para ilustrar el diseño y el procedimiento de cálculo estadístico.

Ejemplo No. 1.

El siguiente diagrama corresponde al diseño de campo (completamente aleatorizado) de una experiencia mediante la cual se comparan 4 procedencias diferentes (A, B, C y D).Las parcelas fueron plantadas simultáneamente con idéntico espaciamiento y los datos corresponden a área basal (AB) en m^2/ha.

C 15	A 30	B 28	A 25
A 14	C 35	C 22	B 35
D 20	A 10	D 12	D 8
C 28	D 21	A 26	B 30
B 41	B 36	D 25	C 36

a) Efectuar el ANOVA

b) Calcular CV

c) Utilizar Duncan para probar las posibles diferencias entre medias de procedencias (α = 0.05)

Resolución:

a) Lo primero a realizar es obtener los totales de procedencias (tratamientos) y el total general.

Total de A = $\sum xA_j$ =30+25+14+10+26=105

Total de B = $\sum xB_j$ =28+35+30+41+36=170

Total de C = $\sum xC_j$ =15+35+22+28+36=136

Total de D = $\sum xD_j$ =20+12+8+21+25=86

Total general = $\Sigma\Sigma x_{ij}$ = 30+25+..... +21+25 = 497

Luego las sumas de cuadrados:

Término de corrección: TC = $(\Sigma\Sigma\ x_{ij})^2$ / r*k = 497^2 /20 = 12350.45

Suma de cuadrados total:

SCT = $\Sigma\Sigma\ x_{ij}^2$-Tc = $30^2 + 25^2 + ... +25^2$ - TC = 14071 – 1235045= 1720.55

Suma de cuadrados de tratamientos:

SCTrat = $\Sigma\ (\ \Sigma x_{ij})^2$/r - TC= ($105^2 + 170^2 + 136^2 + 86^2$) /5 – TC = 812.95

Suma de cuadrados del error experimental:

SCEE = SCT - SCTrat = 1720.55 - 812.95 = 907.6

El cuadro de ANOVA queda como sigue:

FUENTE	SC	GL	CM	F
TOTAL	1720.55	19		
TRATAM.	812.95	3	270.98	4.78**
EE	907.60	16	57.62	

b) CV = 100 x $S_{EE}/\ \bar{x}$ = 100 *√ 57.62 / (497/20) = 30.31 % que es un valor alto e indicaría que la precisión de la experiencia no es buena.

c) Prueba de Duncan:

Diferencias que abarcan 2 medias:

$D_{0.05} = q_{005} * S_{EE} / \sqrt{r} = 3 * \sqrt{(57.62/5)} = 10.1$

Diferencias que abarcan 3 medias :

$D_{0.05} = q_{005} * S_{EE} / \sqrt{r} = 3.15 * \sqrt{(57.62/5)} = 10.61$

Diferencias que abarcan 4 medias :

$D_{0.05} = q_{0.05} * S_{EE} / \sqrt{r} = 3.23 * \sqrt{(57.62/5)} = 10.88$

Las pruebas se presentan de la manera acostumbrada, uniendo con rayas aquellas medias entre las cuales no existe diferencia significativa al nivel exigido, en este caso α=0.05:

$\bar{x}$ B =34 $\bar{x}$ C= 27.2 $\bar{x}$ A= 21 $\bar{x}$ D = 17.2

Salida con INFOSTAT

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p
Modelo	812,9500	3	270,9833	4,7771	0,0146
procedencia	812,9500	3	270,9833	4,7771	0,0146
Error	907,6000	16	56,7250		
Total	1720,5500	19			

Test : Duncan Alfa: 0,05

procedencia	Medias	n		
4	17,2000	5	A	
1	21,0000	5	A	
3	27,2000	5	A	B
2	34,0000	5		B

Letras distintas indican diferencias significativas(p<=0,05)

Prueba de Normalidad

Shapiro-Wilks (modificado Rahman MM & Govindarajulu Z. JAS 24(2), 1977, 219-235)

Variable	n	Media	D.E.	W*	p (una cola)
Residuos_area	20	0,0000	6,9115	0,8878	0,0620

Prueba de homogeneidad de variancias de Levene.

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p
Modelo	32,0880	3	10,6960	1,0676	0,3906
procedencia	32,0880	3	10,6960	1,0676	0,3906
Error	160,3040	16	10,0190		
Total	192,3920	19			

Ejemplo No. 2: (Diseño completamente aleatorizado con distinto número de repeticiones en cada tratamiento).

En un ensayo de raleo en *Eucalyptus grandis*, implantado en diseño completamente aleatorizado, se obtuvieron los siguientes resultados de crecimiento en volumen total durante el cuarto año de edad de la plantación. Tres parcelas se perdieron por un incendio. El diagrama de campo, contiene información sobre tratamientos (tratamientos 1 y 2 y testigo), disposición de las parcelas y crecimiento en volumen total expresado en m^3/ha.

Efectuar el ANOVA.

T_2 7.8	T_1 12.9	T 10.2	T_1 10.1	T 11.2
T_1 12.9	T 5.0	T_2 10.9	T9.1	P
T_1 12.1	T_2 10.6	T_1 16.5	P	P

T_1 : Tratamiento 1

T_2 : Tratamiento 2

T : Testigo

P : Parcela perdida por incendio

Resolución:

Total T1 = 64.5 r1= 5 $\bar{x}_{T1}$ = 12.9

Total T2 = 29.3 r2 = 3 $\bar{x}_{T2}$ = 9.7667

Total T = 35.5 r3 = 4 $\bar{x}_{..}$ = 8.8750

Total general = 64.5 + 29.3 + 35.5 = 129.3

Número total de parcelas :Σr_i = 5 + 3 + 4 = 12.

TC = $129.3^2/12$ = 1393.2075.

SCT = $\sum\sum x^2_{ij}$ -TC= 1482.79-1393.2075=89.5825

SCTrat = $\sum(\sum x_J)^2/r_i$ -TC=

= $(64.5^2/5) + (29.3^2/3) + (35.5^2/4)$ –TC=40.0683

SCEE = SCT - SCTrat = 89.5825 - 40.0683 = 49.5142.

Cuadro de análisis de la variancia.

FUENTE	SC	GL	CM	F
TOTAL	89.5825	11		
TRATAM.	40.0683	2	20.03	3.64 NS
EE	49.5142	9	5.50	

Conclusión: Las diferencias entre medias de tratamientos no son estadísticamente significativas.

Salida con INFOSTAT

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p
Modelo	40,0683	2	20,0342	3,6415	0,0694
trat	40,0683	2	20,0342	3,6415	0,0694
Error	49,5142	9	5,5016		
Total	89,5825	11			

DISEÑO EN BLOQUES AL AZAR.

En casos en donde es imposible lograr la homogeneidad del material experimental, se agrupan las unidades experimentales parecidas formando bloques, de manera de poder individualizar una segunda causa conocida de variabilidad y de esta manera disminuir el error experimental.

Es muy fácil comprender el principio del agrupamiento en bloques si se piensa en un experimento a campo. Supongamos que existe en el terreno algún elemento o causa que nos haga pensar en una variabilidad en un sentido, como ser la presencia de una acequia. Es fácil entonces suponer que las unidades experimentales (parcelas) no serán homogéneas puesto que, la acequia ejercerá alguna influencia en las condiciones de humedad del suelo, fertilidad etc. Por lo tanto podremos formar grupos (bloques) con las parcelas que se encuentren a igual distancia de la acequia, ubicando los bloques a distintas distancias de la misma para, de esta manera, poder captar una segunda causa de variación conocida: distancia a la acequia, buscando tener mucha variabilidad entre bloques y poca variabilidad dentro de los mismos. A continuación se esquematiza la ubicación adecuada de los bloques para poder captar la variabilidad entre ellos.

A		B		B		B		B		B
C		L		L		L		L		L
E		O		O		O		O		O
Q		Q		Q		Q		Q		Q
U		U		U		U		U		U
I		E		E		E		E		E
A		I		II		III		IV		V

En este diseño, cada bloque debe tener tantas parcelas como tratamientos se prueben en la experiencia y cada tratamiento debe estar solo una vez en cada bloque. La asignación de los tratamientos en las parcelas dentro de cada bloque debe efectuarse al azar.

El ANOVA de este diseño es un caso típico de ANOVA con dos causas conocidas de variabilidad: tratamientos y bloques.

Cuanto mayor es la homogeneidad dentro de los bloques y más grande es la diferencia entre ellos, más reducido será el error experimental.

Si el agrupamiento en bloques no es efectivo, es decir, no se presentan diferencias sensibles entre ellos, el diseño pierde la precisión esperada, se disminuyen innecesariamente los grados de libertad del error y por ello se hace más difícil detectar las posibles diferencias entre tratamientos.

Este es el diseño más usado en experimentación agrícola y forestal, especialmente en experimentos a campo. Es adecuado cuando se trata de experiencias que incluyan un número no elevado de tratamientos puesto que, cuando éste es alto, será difícil en la práctica que el material experimental sea homogéneo dentro de cada bloque. El número máximo de tratamientos estará entonces limitado por la cantidad de unidades experimentales (parcelas) homogéneas que puedan agruparse dentro de cada bloque. En caso de que el número de tratamientos en estudio sea mayor que el sugerido por la homogeneidad del material experimental, se aconseja el uso de otro diseño: bloques incompletos.

Ventajas.

a) El agrupamiento en bloques permite disminuir el error experimental, aislando la variabilidad debida a ese agrupamiento. Por ello es más preciso que el diseño completamente aleatorizado.

b) Es un diseño bastante flexible en cuanto a número de tratamientos y repeticiones y muy adecuado a las características de la experimentación agrícola y forestal.

c) El análisis es sencillo y las complicaciones inherentes a la pérdida de parcelas no lo hacen muy dificultoso.

Desventajas.

a) Si no se presenta la variación esperada entre bloques, se pierden grados de libertad para el error experimental y principalmente no se obtiene la precisión deseada.

b) En experimentos a campo no es apropiado para elevado número de tratamientos pues aumenta el tamaño del bloque y consecuentemente disminuye la homogeneidad del mismo.

c) No es recomendable para material experimental muy variable, pues es difícil lograr bloques homogéneos. En este caso, si el número de tratamientos es menor de 10, puede usarse cuadrado latino y en caso de ser elevado, algún diseño en bloques incompletos.

Análisis de un experimento en bloques al azar.

La descomposición de la suma de cuadrados y grados de libertad totales se hace en: tratamientos, bloques y error experimental.

Las fórmulas usadas son las propias para un ANOVA con dos causas conocidas de variabilidad. Como existe una sola repetición por cada combinación bloque-tratamiento, no es necesario en este caso el uso del tercer subíndice. En este diseño se supone que no existe interacción entre bloques y tratamientos.

Ejemplo Nº3: Cinco especies de Pinos han demostrado buena adaptación en una zona, se desea saber, cual de ellos crece mejor bajo determinadas condiciones de distanciamiento y tratamientos culturales. Para ello se implantan 15 parcelas en diseño en bloques al azar las que se midieron a los 15 años de edad. Los resultados de la medición, expresados en volumen comercial sin corteza (m^3/ha) figuran en el diagrama de campo que sigue.

Bloques	Tratamientos				
I	E1 155	E2 147	E5 115	E3 200	E4 181
II	E5 127	E3 199	E2 182	E4 239	E1 173
III	E5 149	E4 205	E3 265	E1 166	E2 184

Efectuar el ANOVA y determinar con Tukey entre que medias hay diferencias estadísticamente significativas.

Resolución:

Las sumas de cuadrados se obtienen, previo cálculo de totales, como sigue.

Total general: $\sum\sum x_{ij}$ = x= 155+147+115+...+166+184=2687

Total de tratamientos:

Total E1 = Σ_{x1j}= 494; Total E2 = Σx_{2j}= 513; Total E3 = Σx_{3j}= 664

Total E4 = Σx_{4j}= 625; Total E5 = Σx_{5j}= 391

Total de bloques :

Total bloque I :Σx_{iI} = 798 ; Total bloque II : Σx_{iII}= 920;

Total bloque III : Σx_{iIII}= 969.

TC = 2687^2 / 15 = 481331.2667

$\Sigma\Sigma\Sigma\, x_{ij}^2$ = 1552 + 1472 + 1152 + ... + 1662 + 1842 = 503387

SCT : $\Sigma\Sigma\left(x_{ij} - \bar{x}\right)^2 = \Sigma\Sigma\Sigma\, x_{ij1}^2$ -TC= 503387-481331.2667=22055.73

SCTrat = $\Sigma\ (\bar{x}_{i.} - \bar{x})^2 = \Sigma(\Sigma x_{ij})^2$ / r –TC= (494^2 + 513^2 + ... + 391^2) / 3 -TC =15871.07

De manera similar, con los totales de bloques, se procede al cálculo de la suma de cuadrado de bloques:

SCBloques = (798^2 + 920^2 + 969^2) /5 –TC = 3101.73

En el cuadro de ANOVA pueden finalizarse los cálculos pendientes:

FUENTE	SC	GL	CM	F
TOTAL	22055.73	14		
TRATAM.	15871.07	4	3967.77	10.30**
BLOQUES	3101.73	2	1550.87	4.02 **NS**
EE	3082.93	8	385.37	

Habiéndose encontrado diferencias altamente significativas entre tratamientos, se procederá a la aplicación de Tukey.

Para α =0.05 Δ_α = 4.89 * √(385.37/3) = 55.42

Para α =0.01 Δ_α = 6.63 * √(385.37/3) = 75.14

	$\bar{x}_{E3}$	$\bar{x}_{E4}$	$\bar{x}_{E2}$	$\bar{x}_{E1}$	$\bar{x}_{E5}$
	221.33	208.33	171	164.67	130.33
$\bar{x}_{E5}$ 130.33	91**	78**	40.67	34.34	
$\bar{x}_{E1}$ 164.67	56.67*	43.69	6.36		
$\bar{x}_{E2}$ 171	50.33	37.33			
$\bar{x}_{E4}$ 208.33	13				
$\bar{x}_{E3}$ 221.33					

Luego de este test puede afirmarse que existen diferencias altamente significativas entre la especie 5 con 4 y con 3 mientras que la 5 difiere de la 3 al nivel del 5%.

Salida con INFOSTAT

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p
Modelo	18972,8000	6	3162,1333	8,2055	0,0045
bloques	3101,7333	2	1550,8667	4,0244	0,0617
especies	15871,0667	4	3967,7667	10,2961	0,0030
Error	3082,9333	8	385,3667		
Total	22055,7333	14			

Test : Tukey Alfa: 0,05 DMS: 55,3771

especies	Medias	n			
5	130,3333	3	A		
1	164,6667	3	A	B	
2	171,0000	3	A	B	C
4	208,3333	3		B	C

3	221,3333	3	C

Letras distintas indican diferencias significativas(p<=0,05)

Ejemplo Nº4: La siguiente salida de STATGRAFICS corresponde al ANOVA del trabajo **Herbicida post-emergente en el control de maleza en viveros de álamos** de Echeverría y Martinuzzi publicado por IFONA, 1991, fascículo 2.

En la producción comercial de barbados de álamos, un problema importante es el cuidado que debe darse a éstos por la competencia de las malezas. Esto hace necesario el estudio de nuevas técnicas capaces de resolver tal problema, para lo cual se probó la aplicación del herbicida glicofosfato. El efecto del mismo sobre las malezas a los 40 días de la aplicación (expresado en % de cobertura de parcelas de 9 m^2) fue la variable respuesta. Se probaron dos concentraciones de glifosato : A (960 g/ha) y B (2880 g/ha) y un testigo T (sin herbicida) .

Analysis of Variance for Col_3 - Type III Sums of Squares

Source	Sum of Squares	Df	Mean Square	F-Ratio	P-Value
MAIN EFFECTS					
A:Bloques	2605.56	2	1302.78	5.83	0.0653
B: Tratam.	5755.56	2	2877.78	12.87	0.0181
RESIDUAL	894.444	4	223.611		
TOTAL (CORRECTED)	9255.56	8			

All F-ratios are based on the residual mean square error.

En esta salida el cuadro de ANOVA se presenta de manera un poco diferente a la que hemos aprendido. Las columnas corresponden a SOURCE (fuente de variación), SUM OF SQUARES (suma de cuadrados), DEGREES OF FREEDOM (grados de libertad), MEAN SQUARE (cuadrado medio), F y P-VALUE (valor de probabilidad). Esta última columna evita el uso de la tabla de F ya que la probabilidad de la cola derecha (desde F_c hasta infinito) es calculada por el programa, debiéndose solo compararse la probabilidad con el nivel fijado.

Salvo las diferencias marcadas, el resto de la salida corresponde a la forma usual de trabajo manual que ha sido enseñada.

Interpretación: Comparando los valores de probabilidad con el valor α=0.05, se ubica el F_c en la zona de rechazo y por lo tanto se rechaza la hipótesis nula o de no diferencias entre medias.

DISEÑO EN CUADRADO LATINO.

Cuando el conocimiento del material experimental permite la identificación de dos supuestas **causas** de variabilidad, es conveniente la utilización de un diseño apropiado que permita descontar del error experimental la variabilidad atribuible a esas dos causas conocidas. Esto se logra utilizando el diseño en cuadrado latino.

En diseño a campo, su utilización es apropiada cuando es posible reconocer o sospechar la **presencia** de dos gradientes de fertilidad perpendiculares entre sí. Por lo tanto la aleatorización de los tratamientos en las unidades experimentales está sujeta a dos restricciones ya que cada tratamiento debe estar presente sólo una vez en cada fila y columna. Por esta razón, el número de tratamientos es igual al de filas y al de columnas. El número de parcelas experimentales necesario será entonces k^2, de allí su nombre de cuadrado latino.

Ventajas. a) En caso de material experimental sujeto a dos causas identificadas de variación, este diseño permite mayor precisión que el de bloques al azar.

b) El análisis es sencillo.

Desventajas. a) Es poco flexible con respecto al número de tratamientos ya que si estos son pocos los grados de libertad correspondientes al error experimental no son suficientes y si los tratamientos aumentan, el número de unidades experimentales necesarias aumenta en función de k^2.

b) En casos de pérdida de parcelas el diseño se complica.

Análisis de un experimento en cuadrado latino.

En este caso es necesario considerar 3 causas conocidas de variabilidad: tratamientos, filas y columnas.

Por lo tanto, la suma de cuadrados total se descompone como sigue:

SCT = SCTrat + SCFilas + SCColum + SCEE.

y, de igual manera, los grados de libertad.

Ejemplo Nº5. El siguiente corresponde a un diagrama de campo de una experiencia en cuadrado latino para comparar 5 procedencias. Efectuar el ANOVA.(Adaptado de "Elementos de Estadística para la Experimentación Agrícola y Forestal" de C.A.Robles).

		COLUMNAS					Total filas
F		1	2	3	4	5	
I	I	A 22	B 21	C 20	D 24	E 24	111
L	II	B 22	C 21	E 20	A 23	D 23	109
S	III	C 20	E 18	D 23	B 23	A 24	108
S	IV	D 22	A 23	B 22	E 21	C 22	110
	V	E 19	D 21	A 24	C 21	B 23	108
TOTAL COLUM.		105	104	109	112	116	546

Los totales de filas, columnas y general están ya calculados en el cuadro. El total de tratamientos es:

Total de A : 116 ; Total de B : 111 ; Total de C : 104

Total de D : 113 ; Total de E : 102.

$TC = 546^2 / 25 = 11924.64$

Las sumas de cuadrados se calculan como sigue:

$SCT = 22^2 + 21^2 + ... + 22^2 – TC = 11988 – 11924.64 = 63.36$

$SCTrat = (116^2 + 111^2 + ... + 102^2) / 5 – TC = 11953.2 – TC = 28.56$

$SCFilas = (111^2 + 109^2 + ... + 108^2) /5 – TC = 11926 – TC = 1.36$

$SCColum = (105^2 + 104^2 + ... + 116^2) / 5 – TC = 11944.4 – TC = 19.76$

$SCEE = 63.36 - 28.56 -1.36 -19.76 = 13.68.$

El ANOVA se completa en el cuadro que sigue:

FUENTE	SC	GL	CM	F
TOTAL	63.36	24		
TRATAM.	28.56	4	7.14	6.26**
FILAS	1.36	4	0.34	0.30 **NS**
COLUM.	19.76	4	4.94	4.33*
EE	13.68	12	1.14	

Se observa que existen diferencias entre procedencias y columnas, no así entre filas, lo cual indicaría que en este terreno hubiera sido suficiente utilizar un diseño en bloques al azar.

Salida con INFOSTAT

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p
Modelo	49,6800	12	4,1400	3,6316	0,0170
filas	1,3600	4	0,3400	0,2982	0,8735
columnas	19,7600	4	4,9400	4,3333	0,0213
tratamiento	28,5600	4	7,1400	6,2632	0,0058

Error	13,6800	12	1,1400
Total	63,3600	24	

BIBLIOGRAFÍA

- **Cochran W.G. y Cox, G.M.** (1995) Diseños Experimentales.
- **Echeverría y Martinuzzi** (1991). Herbicida post-emergente en el control de maleza en viveros de álamos. IFONA, 1991, fascículo 2.
- **FAO** (1980). Mejora genética de árboles forestales.
- **Robles, C.** (1988). Elementos de estadística para la experimentación agrícola y forestal.