

# Funciones de Volumen Total para *Prosopis caldenia* (Burk), Argentina

*Prosopis caldenia* (Burk) Total Volume Functions, Argentina

Cauchard L.<sup>1,2</sup>; R. Sbrancia<sup>2</sup>; A. Medina<sup>2</sup> y A. Rabino<sup>2</sup>

Recibido en febrero de 2008; aceptado en octubre de 2009

## RESUMEN

Como producto del Inventario Forestal de la Región del Espinal, Primer Inventario Nacional de Bosque Nativo, se construyó la primera tabla de volumen para *Prosopis caldenia* - caldén. A la fecha no se han registrado antecedentes sobre tablas o funciones de volumen de esta especie con una morfología de fustes múltiples, de manera que la solución encontrada se considera original.

El objetivo de este trabajo es desarrollar una función local y otra estándar de volumen total hasta punta delgada de 5 centímetros con corteza y que resulten adecuadas a la gran variabilidad de formas de los árboles de caldén.

A cada ejemplar apeado se lo trozó y se cubicó por la fórmula de Smalian, para obtener el volumen total con corteza del árbol, en metros cúbicos con corteza. Se trabajó sobre dos líneas, la primera relacionando cada área basal individual ( $g$ ) con el volumen que contenía tal árbol o fuste ( $v$ ); la segunda fue relacionando el área basal acumulada de los fustes de cada árbol ( $g_a$ ) respecto del volumen acumulado o del árbol ( $v_a$ ).

Los modelos ensayados fueron ajustados por regresión lineal simple y múltiple. Dentro de los últimos se ensayaron polinomios y modelos ajustados por regresión paso a paso hacia adelante.

La buena relación encontrada entre  $g_a$  y  $v_a$ , hizo desistir de los modelos empleando  $g$  y  $v$ . La relación entre las variables  $g_a$  y  $v_a$  es casi rectilínea.

Ambos modelos ajustados han mostrado buenas aptitudes para predecir el volumen total de los árboles de caldén. La utilización de la altura total mejora levemente las estimaciones.

**Palabras clave:** Tablas de volumen; Caldén; Modelos; Inventario forestal.

## ABSTRACT

As an outcome from the 1<sup>st</sup> National Inventory of Native Forests - Espinal Region, the first volume table for *Prosopis caldenia* - calden, was built up. Up to nowadays there are no records on equations or volume tables for this species with multiple stems morphology; because of this the work is considered original.

The aim of this work was to develop a local and a standard total volume equation up to 5 cm diameter at the end point, outside the bark, so they can fit to the great stem variability of calden.

Each tree was felled down, cut into logs and measured using Smalian formula to get its total volume outside the bark in cubic meters.

Two different trends were developed. The first one relating each individual basal area ( $g$ ) with the volume that was contained in that tree or stem ( $v$ ); and the second one relating the accumulative basal area ( $g_a$ ) of the stems of a tree with its accumulative volume ( $v_a$ ).

The developed models were adjusted by simple and multiple linear regression methods. Within the last ones polynomial and forward stepwise methods were tested.

Due to the good relationship found between  $g_a$  and  $v_a$ , we desisted from the models that use  $g$  and  $v$ . The relationship between  $g_a$  and  $v_a$  is almost linear.

Both adjusted models had shown good aptitudes to predict total volume for calden trees. The use of height slightly improves estimates.

**Keywords:** Volume tables; Caldén; Models; Forest inventory.

<sup>1</sup> Administración de Parques Nacionales, Delegación Regional Patagonia. Roca 151, 8370 San Martín de los Andes, Neuquén, Argentina. E-mail: chauchard@smandes.com.ar

<sup>2</sup> Asentamiento Universitario San Martín de los Andes. Universidad Nacional del Comahue. Pasaje de la Paz 235. 8370 San Martín de los Andes, Neuquén, Argentina. E-mail: renato@smandes.com.ar, andreapampa@yahoo.com.ar, arabino@smandes.com.ar

## 1. INTRODUCCION

En el marco del Primer Inventario Forestal de Bosque Nativo se llevó a cabo el Inventario del Distrito del Caldén, Provincia Fitogeográfica del Espinal (Cabrera y Willink, 1980).

En el distrito crecen varias especies del género *Prosopis*, identificándose *Prosopis caldenia*, *P. flexuosa*, *P. alba* y *P. nigra*. Las mismas se caracterizan por poseer fustes tortuosos y en la mayoría de los casos muy ramificados por debajo, por encima y a la altura de medición del diámetro (1,30 m del suelo). Por ello una de las primeras actividades que se realizaron fue definir la tipología general de estas especies, de manera de poder estudiar las relaciones entre distintas variables dimensionales y el volumen contenido.

Una variable de salida importante en todo inventario es el volumen y a la fecha no se han registrado antecedentes sobre tablas o funciones de volumen de esta especie con una morfología de fustes múltiples.

El objetivo de este trabajo es desarrollar una función local y otra estándar de volumen total hasta punta delgada de 5 centímetros con corteza y que resulten adecuadas a la gran variabilidad de formas de los árboles de caldén.

El desarrollo de esta herramienta permitirá actualizar la información volumétrica de estos bosques, cuyas existencias han sido estimadas por otras metodologías hace décadas, no habiendo a la fecha ninguna función o tabla de volumen publicada.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

Se procesó y analizó la información proveniente de la cubicación de 90 ejemplares apeados de caldén, en las localidades de Caleufú, Toay, Rancúl y Conhello de la provincia de La Pampa. Los ejemplares fueron clasificados, para su posterior procesamiento y armado de la base de datos para los ajustes, según las siguientes clases de formas (CF):

- **Árbol clase 1:** árbol que se bifurca por encima de 1,30 metros desde el suelo. El diámetro a la altura del pecho (*dap*) se mide a dicha altura (Figura 1).
- **Árbol clase 2:** árbol que se bifurca en un punto por debajo de 1,30 metros. A estos ejemplares se le mide el *dap* a cada fuste (Figura 2).
- **Árbol clase 3:** árbol con bifurcaciones múltiples por debajo de 1,30 metros. Se midieron los *dap* de cada fuste (Figura 3).

Esta clasificación ha facilitado el estudio del comportamiento del volumen total con algunas variables dimensionales no tradicionales para la construcción de tablas de volumen individuales.



**Figura 1.** Árbol de la clase de forma 1: se bifurca por encima de 1,30 metros.



**Figura 2.** Árbol de la clase de forma 2: dos o más pies surgidos de una única bifurcación por debajo de 1,30 metros de altura.



**Figura 3.** Árbol de la clase de forma 3: bifurcaciones múltiples por debajo de los 1,30 m desde el suelo.

La selección de los individuos para la cubicación, se basó en la representatividad del mismo en la masa circundante, la accesibilidad y la disponibilidad de espacio para realizar las mediciones y los diferentes tamaños encontrados (Giunchi, com. pers.).

A cada ejemplar apeado se le midió el diámetro a la altura del pecho (*dap*), la altura total (*h*) y en secciones de 1 metro, el diámetro inicial y el diámetro final con corteza hasta alcanzar una punta fina de cinco centímetros. Únicamente se midieron ramas vivas. Se tomó una sola altura para todo el árbol para cualquier tipo de forma; las mediciones se realizaron con el hipsómetro Vertex. Para la cubicación de cada sección se empleó la fórmula de Smalian (Prodan *et al.*, 1997) y por sumatoria se obtuvo el volumen total con corteza del árbol, en metros cúbicos con corteza.

En primer lugar, se hizo una comprobación del comportamiento de algunas variables dimensionales predictoras respecto del volumen total, para luego establecer los modelos a ensayar. Se ensayaron modelos de simple y doble entrada, utilizando finalmente las siguientes variables predictoras:

- Área basal individual ( $g$ ): sección correspondiente al  $dap$  de cada fuste, en metros cuadrados [ $m^2$ ].
- Área basal acumulada ( $g_a$ ): suma de las secciones al  $dap$  de todos los fustes que componen el árbol, en metros cuadrados [ $m^2$ ].
- Altura total ( $h$ ): altura máxima del árbol, en metros [m].

En función de ello se trabajó sobre dos líneas, la primera en relacionar cada área basal individual ( $g$ ) con el volumen que contenía tal árbol o fuste ( $v$ ), mientras que la segunda fue explorar la relación entre el área basal acumulada del árbol ( $g_a$ ) respecto del volumen acumulado o del árbol ( $v_a$ ). En ambos casos el volumen se expresó en metros cúbicos con corteza. Para la primera relación se tuvo que repartir proporcionalmente para todos los fustes bifurcados, el volumen común que tienen por debajo de la bifurcación.

Los modelos ensayados fueron ajustados por regresión lineal simple y múltiple. Dentro de los últimos se ensayaron polinomios y modelos ajustados por regresión paso a paso hacia adelante. Para este último se emplearon diferentes combinaciones entre las variables  $g$  y  $h$ , y  $g_a$  y  $h$ , según el caso.

Los ajustes fueron evaluados por el coeficiente de determinación ( $R^2$ ), el error estándar de la estimación ( $EEE$ ) y el Análisis de Residuales ( $ANARE$ ). Los coeficientes fueron probados con la prueba de  $t$  de Student para comprobar su significancia en el modelo. En los casos que se detectaron, a través del análisis gráfico, heterocedasticidad en la distribución de los residuos, se hizo correr la función empleando la ponderación con la inversa del área basal.

La calidad predictiva de las funciones también se evaluó a través de análisis gráfico y cuantitativo confrontando los valores de volúmenes observados y los estimados. Ambas variables se volcaron en un gráfico con ejes simétricos, en el cual está trazada una diagonal a partir del origen; dicha diagonal representaría la relación perfecta entre las dos variables, de manera que el análisis consistió en:

- a) Observar la estrechez de la dispersión de la nube de datos respecto a dicha diagonal.
- b) Observar si existe alguna tendencia no deseada en la distribución de los residuos respecto de la diagonal.

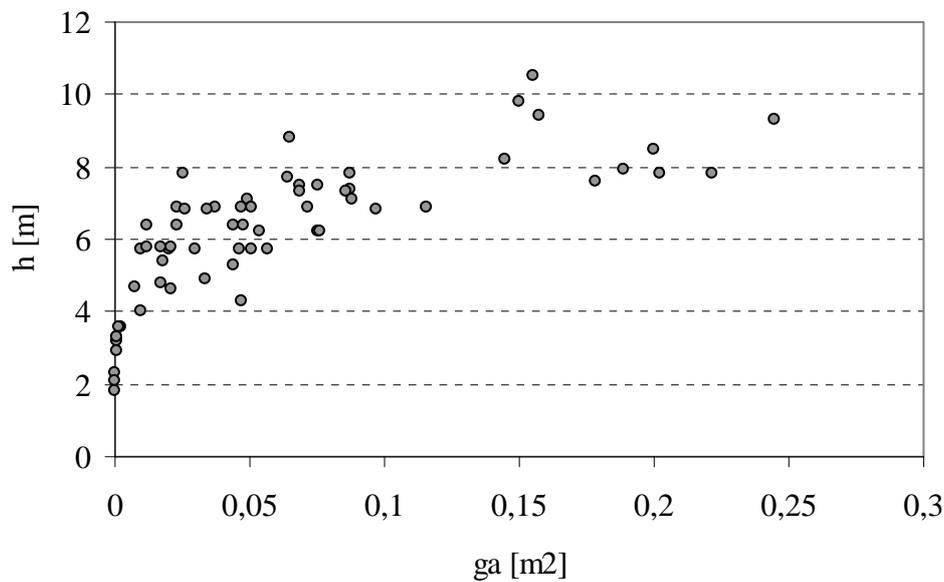
Este análisis cualitativo se complementó con uno cuantitativo que consistió en ajustar a dichos pares de datos, la ecuación de la recta por regresión lineal simple. Dicho ajuste permitió cuantificar el punto anterior a), por intermedio del coeficiente de correlación lineal ( $r$ ), mientras que la calidad predicativa general se pudo evaluar por intermedio del valor del intercepto y el de la pendiente de la relación.

Para este último análisis se puede enunciar, en términos generales, que cuanto más se superponga la recta ajustada con la diagonal del gráfico, mejor calidad predicativa tendrá el modelo, completando la evaluación observando que no existe alguna tendencia anormal de la nube de puntos.

### 3 .RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La clasificación realizada según la tipología establecida para este estudio sobre 90 fustes determinó que finalmente, cada pie constituyó un árbol muestra cuando la bifurcación estuviera por encima del suelo, independientemente de la altura de la misma. De manera que el tamaño muestral se redujo a 62, de los cuales 47 correspondieron a árboles de la CF 1, 5 de la CF 2 y 10 de la CF 3.

La dispersión de los datos entre las variables predictoras  $g_a$  y  $h$  muestra que el rango de alturas de la muestra varía entre aproximadamente los 2 y 4 metros, según los tamaños de los árboles (Figura 4) y con un rango de diámetros superior a los 70 cm (Tabla 1).

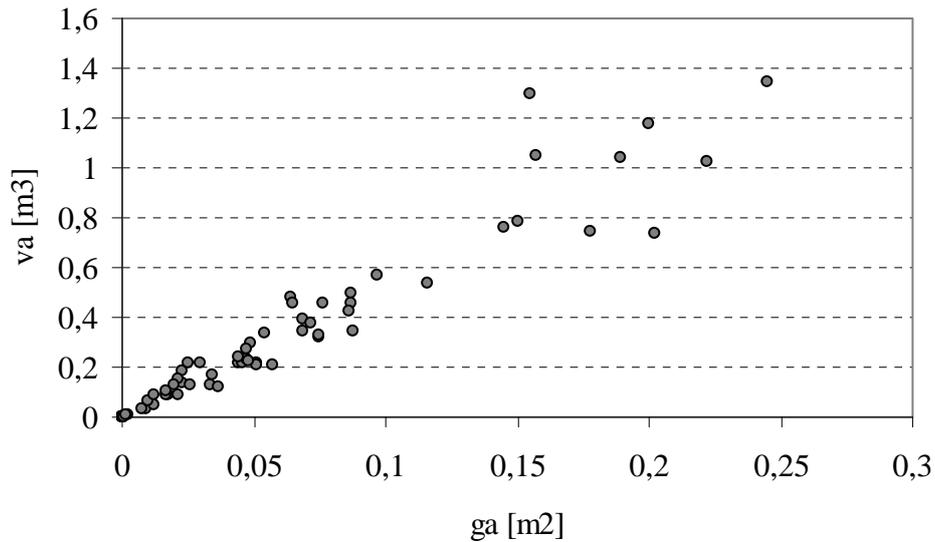


**Figura 4.** Rango de las variables independientes área basal acumulada ( $g_a$ ) y altura total ( $h$ ) de los árboles muestra empleados.

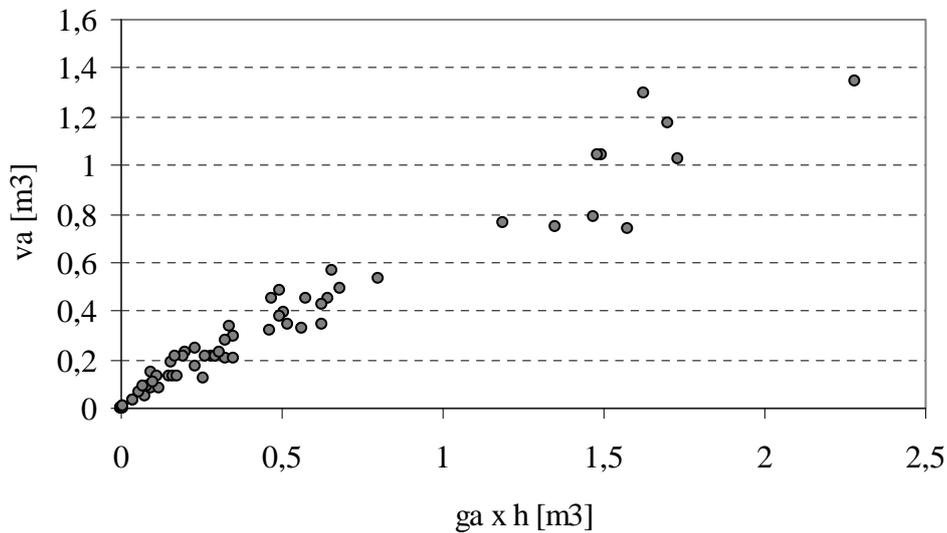
**Tabla 1:** Rango de las variables empleadas para desarrollar las funciones.

	dap [cm]	Altura Total [m]	Área Basal Acumulada [m <sup>2</sup> ]	Volumen Acumulado [m <sup>3</sup> ]
Máximo	74,8	9,8	0,4390	1,343
Mínimo	1,4	1,8	0,0002	0,001
Promedio	21,7	6,6	0,0680	0,336

La buena relación encontrada entre  $g_a$  y  $v_a$ , hizo desistir de los modelos empleando  $g$  y  $v$  dada la relativa complicación que tendría una función así para realizar la estimación del volumen del árbol. La relación entre las variables  $g_a$  y  $v_a$  es casi rectilínea (Figura 5), lo mismo que para la relación estándar entre el producto de  $g_a \cdot h$  y el volumen del árbol, si bien puede observarse una pequeña curvatura en la zona inicial de la tendencia (Figura 6).



**Figura 5.** Dispersión de los puntos obtenidos con las variables área basal acumulada ( $g_a$ ) y volumen del árbol ( $v_a$ ).



**Figura 6.** Dispersión de los puntos empleando la variable combinada  $g_a \times h$  contra el volumen del árbol ( $v_a$ ).

### Modelo Local

El modelo final es lineal condicionado, debido a que el intercepto del modelo resultó no significativamente diferente de cero. Ello lo transforma en un modelo proporcional entre las variables área basal acumulada y volumen acumulado.

Los residuales mostraron una cierta heterocedasticidad por lo que el ajuste se realizó ponderando por la inversa de la variable predictora.

$$v_a = 5,20903 g_a \quad (1)$$

$$R^2 = 0,965$$

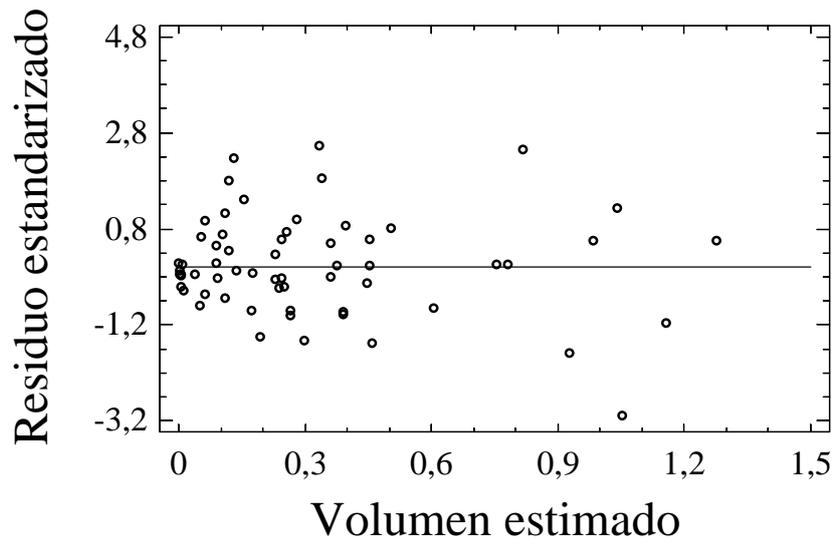
$$EEE = 0,076 \text{ m}^3$$

Donde:

$v_a$ : Volumen con corteza a punta fina de 5 cm en metros cúbicos.

$g_a$  : Área basal acumulada de todos los fustes del árbol en metros cuadrados.

Los estadísticos obtenidos con el ajuste de la función 1 son satisfactorios, con un  $R^2$  que indica una explicación de la variación del volumen mayor al 96%, si bien el  $EEE$  de 0,076 representa aproximadamente un 20 % de volumen medio de todas las estimaciones de la muestra. El comportamiento gráfico de los datos estimados es bueno, no mostrando ninguna tendencia o sesgo en todo el rango de estudio (Figura 8). Los residuos ponderados muestran una dispersión normal, salvo una pequeña estrechez en los volúmenes pequeños (Figura 7).

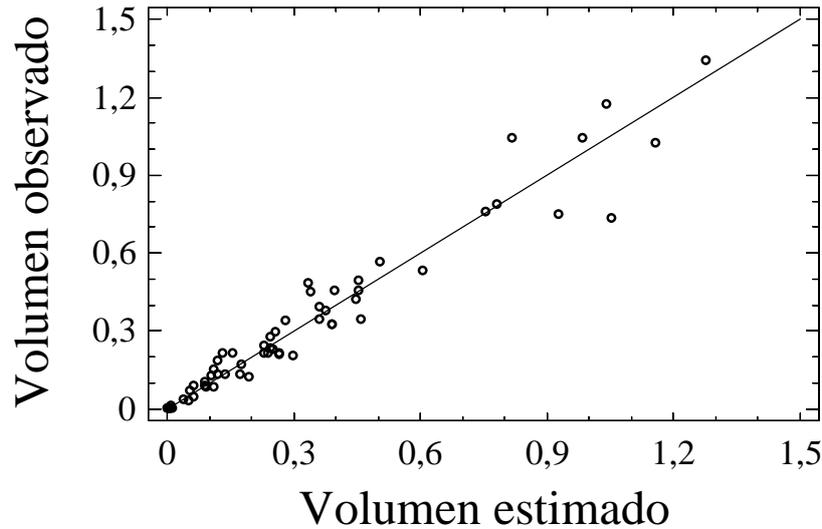


**Figura 7.** Dispersión de los residuos estandarizados, obtenidos entre los volúmenes acumulados observados y estimados por la función 1.

Ajustados con regresión la función de la recta empleando los valores de volúmenes observados y estimados, se obtuvo un coeficiente de correlación de 0,98 (Función 2).

$$v_a \text{ observado} = 0,01027 + 0,9685 v_a \text{ estimado} \quad (2)$$

La ordenada al origen de la función 2 adoptó un valor mínimo muy cercano a cero, y la prueba de  $t$  determinó que no es significativamente diferente de cero ( $p = 0,473$ ), mientras que la pendiente de la relación se aproxima mucho a la unidad ( $p = 0,000$ ).



**Figura 8.** Confrontación gráfica de valores de volúmenes acumulados observados y estimados por la función 2, respecto de la diagonal que indica la relación perfecta entre las variables.

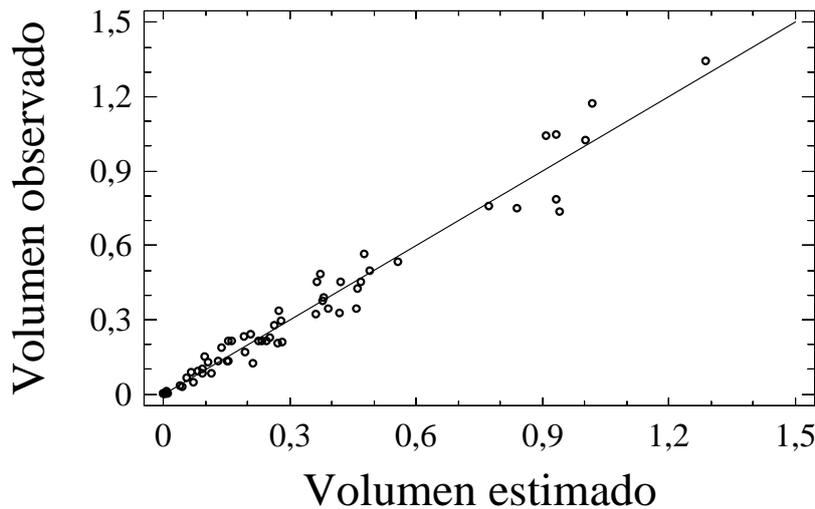
### Modelo Regional

El modelo escogido es lineal múltiple, cuyas variables fueron seleccionadas a través de la regresión paso a paso hacia adelante de entre 15 combinaciones de las mismas. También resultó condicionado debido a la no significancia del intercepto, como así también fue ponderado por la inversa del área basal acumulada para corregir cierta heterogeneidad de la varianza.

$$v_a = 2,89421 g_a - 6,30698 g_a^{1,5} + 0,588971 g_a \cdot h \quad (3)$$

$$R^2 = 0,973.$$

$$EEE = 0,062 \text{ m}^3.$$



**Figura 9.** Confrontación gráfica de valores de volúmenes acumulados observados y estimados por la función 3, respecto de la diagonal que indica la relación perfecta.

El modelo estándar presentó una leve mejora en la precisión de la estimación del volumen total alcanzando un  $R^2$  de 0,973 y un  $EEE$  significativamente menor que el modelo local de

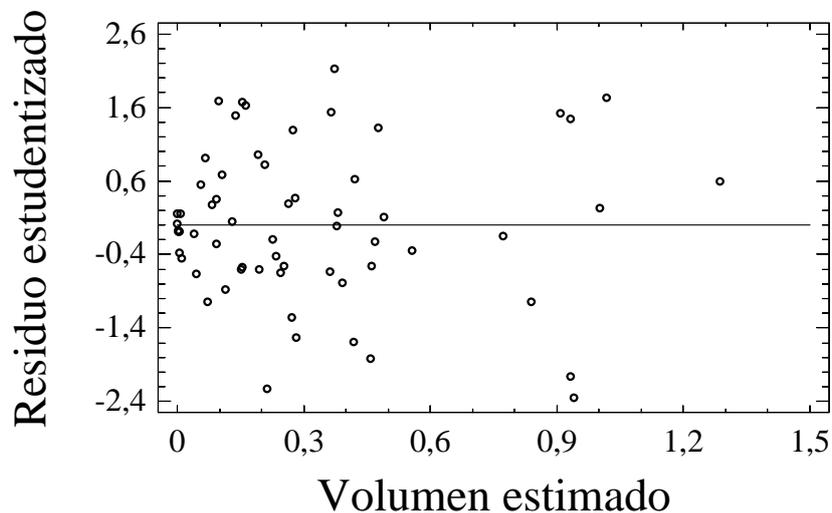
$0,0624 \text{ m}^3$ , el cual representa aproximadamente el 18 % del volumen medio de todas las estimaciones de la muestra. Desde el punto de vista gráfico se puede observar que la incorporación de la variable altura total mejora la capacidad predictiva del modelo (Figura 9). A pesar de ello en el proceso de selección de las variables a incorporar en el modelo se tuvo que adoptar un valor de  $F$  relativamente bajo, pues sino eran descartadas todas las combinatorias que poseían la variable altura total.

La relación entre los volúmenes observados y estimados por la función 3 es la siguiente:

$$v_a \text{ observado} = -0,0014 + 1,0044 v_a \text{ estimado} \quad (4)$$

La prueba de  $t$  es no significativa para el intercepto ( $p < 0,907$ ) de la función 4. Por otro lado, la pendiente de la función 4 es sensiblemente cercana a 1 (uno) con un  $(r)$  de 0,98, señalando la fuerte asociación entre las variables.

Los residuos presentan una buena distribución a lo largo del rango de los volúmenes estimados en el estudio, no superando en ningún caso el valor estandarizado crítico de tres, como para ser considerarlo dato aberrante (Figura 10).



**Figura 10.** Dispersión de los residuos estandarizados entre los volúmenes acumulados observados y estimados por la función 3.

El modelo regional fue cuidadosamente examinado para controlar posible cruce de las curvas particulares dentro del rango de los datos de las variables independientes (Figura 1) (Pece *et al.*, 2002). En la Tabla 2 se muestran las salidas dentro del rango de estudio, y en ella se puede observar que, en toda la extensión del rango, a mayor  $g_a$  y/o  $h$ , mayor  $v_a$  estimado.

**Tabla 2.** Tabla de volumen del árbol de caldén [m<sup>3</sup>] en función del área basal acumulada en metros cuadrados (g<sub>a</sub>) y la altura total en metros (h), del mismo.

g <sub>a</sub>	ALTURAS TOTALES																	
	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0
0,00018	0,00065	0,00070	0,00076	0,00081	0,00086	0,00091	0,00096	0,00102	0,0011	0,0011	0,0012							
0,00031	0,00115	0,00124	0,0013	0,0014	0,0015	0,0016	0,0017	0,0018	0,0019	0,0020	0,0021							
0,00126	0,004	0,005	0,005	0,006	0,006	0,006	0,007	0,007	0,007	0,0078	0,0082							
0,00283	0,010	0,011	0,011	0,012	0,013	0,014	0,015	0,016	0,016	0,017	0,018							
0,00503	0,017	0,018	0,020	0,021	0,023	0,024	0,026	0,027	0,029	0,030	0,032							
0,00785	0,025	0,028	0,030	0,032	0,035	0,037	0,039	0,041	0,044	0,046	0,048							
0,01767	0,052	0,057	0,062	0,068	0,073	0,078	0,083	0,088	0,094	0,099	0,104							
0,03142						0,130	0,139	0,148	0,158	0,167	0,176	0,185	0,195	0,204	0,213	0,222	0,232	0,241
0,04909						0,189	0,204	0,218	0,232	0,247	0,261	0,276	0,290	0,305	0,319	0,334	0,348	0,363
0,07069									0,315	0,336	0,357	0,377	0,398	0,419	0,440	0,461	0,482	0,502
0,09621									0,402	0,430	0,459	0,487	0,515	0,544	0,572	0,600	0,629	0,657
0,12566									0,490	0,527	0,564	0,601	0,638	0,675	0,712	0,749	0,786	0,823
0,15904									0,575	0,622	0,669	0,716	0,763	0,810	0,856	0,903	0,950	0,997
0,19635													0,887	0,945	1,003	1,060	1,118	1,176
0,23758													1,007	1,077	1,147	1,217	1,287	1,357
0,28274													1,119	1,202	1,286	1,369	1,452	1,535
0,33183													1,221	1,318	1,416	1,514	1,611	1,709
0,38485													1,308	1,421	1,535	1,648	1,761	1,875
0,44179													1,378	1,508	1,638	1,768	1,899	2,029
0,50265													1,428	1,576	1,724	1,872	2,020	2,168

#### 4. CONCLUSIONES

El comportamiento del área basal con el volumen total manifestó una estrecha relación, sin importar si los árboles eran de la tipología de uno o varios pies.

Ambos modelos ajustados han mostrado buenas aptitudes para predecir el volumen total de los árboles de caldén. La utilización de la altura total mejora levemente las estimaciones, pero debe tenerse en cuenta que se ha empleado la altura del fuste más alto de cada árbol. De todas maneras, el rango de alturas detectado va desde aproximadamente los 2 hasta los 10 metros. A pesar de ello, si no hay una buena razón para usar la función estándar, la recomendación es emplear la función local para la estimación del volumen total con corteza.

#### 5. BIBLIOGRAFIA

- Cabrera, A. L. y A. Willink. 1980. "Biogeografía de América Latina". Secretaría general de la Organización de los Estados Americanos. Programa Regional de Desarrollo Científico y Tecnológico, Washington, D. C.
- Pece, M.; C. Gaillard de Benítez; M. Galíndez; N. Ríos. 2002. "Tabla de volumen de doble entrada para álamos en la zona de riego de Santiago del Estero, Argentina". *Quebracho* 9: 95-104.
- Prodan, M.; R. Peters; F. Cox; P. Real. 1997. "Mensura Forestal". IICA/GTZ. Costa Rica. 469p.

