

Modelos de perfil de fuste para clones comerciales de *Populus deltoides* Marsh en la zona continental de la provincia de Buenos Aires

Stem profile models for commercial clones of Populus deltoides Marsh in the continental area of Buenos Aires province

E. Wabo¹; J. Marquina¹; R. Bratovich¹

Recibido en junio de 2000, aceptado en diciembre de 2001.

RESUMEN

En ejemplares pertenecientes a plantaciones comerciales de *Populus deltoides* Marsh en la zona continental de la provincia de Buenos Aires, fueron puestos a prueba modelos de perfil de fuste hiperbólicos de grado 1, 2, y 3, y polinomial incompleto.

Se trabajó con muestras de ajuste y validación de 79 y 30 ejemplares respectivamente.

Fueron evaluados los coeficientes de determinación y analizados los errores (diferencias entre valores predichos y observados) de las estimaciones de diámetros y volúmenes a lo largo de todo el de fuste.

Todos los modelos ensayados presentaron los mayores errores en ambos extremos del tronco, subestimando en todos los casos en la base.

Prevaleció un modelo polinomial condicionado.

Palabras Clave: perfil de fuste, *Populus deltoides*.

ABSTRACT

Different models of stem taper curves (hyperbolic of degree 1, 2 and 3, and incomplete polinomial) were tested in trees belonging to commercial plantations of *Populus deltoides* Marsh from the continental area of Buenos Aires province.

A work sample (n=79) and a validation sample (n=30) were used

Coefficients of determination and errors (differences between calculated and observed values) of predicted diameters and volumes were evaluated along all the stem.

All the tested models presented the biggest errors at lower and higher sectors; they underestimated the values at the base in all the cases.

A conditioned polinomial model prevailed.

Key words: stem profile, *Populus deltoides*.

1. INTRODUCCIÓN

El conocimiento del volumen de madera contenido en los árboles en pie es información importante al momento de tomar decisiones comerciales o de manejo de un bosque. Una herramienta para su determinación son las tablas de volumen, las que actualmente toman la forma de una ecuación o modelo matemático del tipo $V = f(D; H; F)$, donde D representa el diámetro a la altura del pecho (dap), H una altura y F un indicador de la forma del fuste; componentes que, en forma independiente o combinada, constituyen las variables predictoras del volumen (Cailliez, 1980; Husch et al., 1982; Philip, 1994; Avery and Burkhart, 1994). Tradicionalmente, el volumen a ser predicho por la tabla corresponde a dimensiones y límites de piezas predefinidos, los que se deben respetar al momento de medir el volumen de los árboles muestra. Con esta modalidad, los datos de la muestra suelen no estar disponibles para el cálculo

¹ Departamento de Silvicultura de la Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales de la Universidad Nacional de La Plata. Casilla de correo 31 (1900) La Plata, Buenos Aires, Argentina. E-mail: ewabo@ceres.agro.unlp.edu.ar; jmarqui@ceres.agro.unlp.edu.ar; apforestal@ceres.agro.unlp.edu.ar

de volúmenes asociados a dimensiones o límites diferentes, surgidos, por ejemplo, de cambios comerciales o en los sistemas de aprovechamiento industrial.

Cuando el volumen de interés es el contenido en el fuste, el inconveniente puede evitarse si de cada árbol seleccionado para el desarrollo de una tabla de volumen se registran los datos necesarios para la construcción de un modelo de perfil del fuste: expresión matemática que permite predecir el diámetro de una sección transversal a cualquier altura del fuste y determinar el volumen de madera de cualquier segmento del mismo (Avery and Burkhart, 1994). Por otro lado, si durante la toma de datos para la confección de cada tabla de volumen se tiene la precaución de registrar, además de la información requerida por el modelo de perfil del fuste, los datos de todos los árboles medidos hasta ese momento se pueden incorporar a un único archivo, los que estarán disponibles para la confección de nuevas tablas o el mejoramiento de las ya existentes, sin importar los límites y tamaños de las piezas que se hayan tomado en cuenta para el desarrollo de cada tabla de volumen en particular. Una variante bastante usada la constituyen los perfiles relativos de fuste; en los mismos cualquier altura a la que se haga alusión será expresada en relación a una altura de referencia, y cualquier diámetro lo será en proporción a uno de referencia (generalmente diámetro a la altura del pecho).

Numerosos modelos y métodos se han aplicado en el desarrollo de ecuaciones de perfil de fustes (Demaerschalk, 1972; Munro y Demaerschalk, 1974). En Finlandia, Laasasenaho (1982) realizó estudios en *Pinus sylvestris*, *Picea abies* y *Betula pendula*, especies de amplia difusión en ese país. En Estados Unidos de Norteamérica, Amidon (1984) desarrolló una función de forma general para predecir el volumen en bosques mixtos de coníferas en California. En España, Prieto et al (1991) desarrollaron funciones de perfil para la cubicación de árboles en pie para la clasificación de productos en *Pinus pinaster*. Popov et al (1994) ensayaron la exactitud de los modelos de Behre y Hojer en *Pinus sylvestris* y *P. sibirica*. Allen (1991) desarrolló una ecuación polinomial para *Pinus caribea*, mientras que Allen et al (1993) desarrollaron un modelo de perfil polinomial para *Araucaria cunninghamii*.

El objetivo del presente trabajo fue seleccionar un modelo de perfil relativo de fuste que permita estimar el volumen de cualquier porción del fuste de árboles de *Populus deltoides* cv. Catfish 2 y Stoneville 62.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 Información Dasométrica

Los datos registrados correspondieron a árboles de una plantación entremezclada de *Populus deltoides* Marsh cultivares "Catfish 2" y "Stoneville 62", situada en el establecimiento "María Dolores" de la empresa Papel Prensa Sociedad Anónima, ubicado geográficamente a 34° 50' LS y 60° 30' LW, en el Partido de Alberti, provincia de Buenos Aires, República Argentina, a 55 m sobre el nivel del mar. Al momento de hacerse las observaciones la plantación tenía 13 años de edad, con un distanciamiento de 3,50 m entre filas y 2,70 m entre árboles. Los dos clones acostumbran por razones estratégicas ser implantados en forma entremezclada en la región, sin demostrar diferencias significativas en los volúmenes medios generados.

Se seleccionaron 109 árboles en total. En cada uno se midió: i) el dap con corteza, ii) la altura total, y iii) los diámetros de la sección del fuste a los 30 cm (límite del tocón) y cada 2,20 m de longitud hasta el extremo del fuste, con corteza. Los árboles fueron seleccionados de manera de cubrir el rango de dap y altura total de la plantación involucrada.

Modelos fustales

Se ensayaron los siguientes modelos: i) un modelo polinomial incompleto de tercer grado; ii) tres modelos hiperbólicos, de primero, segundo y tercer orden; y iii) las versiones condicionadas de estos tres modelos. Las formas condicionadas provinieron de establecer como condición que el diámetro predicho a una altura de 1,30 m resultara igual al dap; las versiones originales se identificaron como modelos no condicionados. Los siete modelos definidos tomaron las siguientes formas:

$$\text{Polinomial Incompleto:} \quad Y = bX + cX^2 + dX^3 \quad (1)$$

$$\text{Hiperbólico de Grado 1 No Condicionado:} \quad Y = \frac{X}{a + bX} \quad (2)$$

$$\text{Hiperbólico de Grado 1 Condicionado:} \quad Y = \frac{X}{1 + b(X - 1)} \quad (3)$$

$$\text{Hiperbólico de Grado 2 No Condicionado:} \quad Y = \frac{X^2}{a + bX + cX^2} \quad (4)$$

$$\text{Hiperbólico de Grado 2 Condicionado:} \quad Y = \frac{X^2}{1 + b(X - 1) + c(X^2 - 1)} \quad (5)$$

$$\text{Hiperbólico de Grado 3 No Condicionado:} \quad Y = \frac{X^3}{a + bX + cX^2 + dX^3} \quad (6)$$

$$\text{Hiperbólico de Grado 3 Condicionado:} \quad Y = \frac{X^3}{1 + b(X - 1) + c(X^2 - 1) + d(X^3 - 1)} \quad (7)$$

La variable independiente X fue la altura de ubicación relativa de cada diámetro, definida como la proporción $(H-h)/(H-1,30)$, donde H indica la altura total y h la altura de ubicación del diámetro. La variable dependiente Y fue el diámetro relativo, definido como la proporción d_h/dap , donde d_h es el diámetro medido a la altura h del fuste.

2.2 Proceso de Ajuste y Validación

La muestra de 109 árboles se separó en dos submuestras que mantuvieran por separado la representatividad de todo el rango de diámetros a la altura del pecho de la plantación. Una de ellas, denominada Muestra de Ajuste y conformada por 79 árboles, proveyó los datos para la estimación de parámetros y la verificación de las funciones. Los parámetros fueron estimados mediante el Método de Mínimos Cuadrados, aunque sin la intervención de los diámetros medidos a 30 cm del suelo. Se determinó el nivel de significación del valor estimado para cada parámetro mediante la prueba de la "t" de Student para una probabilidad del 95 por ciento; aunque la falta de significación no fue considerada como razón suficiente para su eliminación del modelo (Wonnacott y Wonnacott, 1981). La verificación comprendió la determinación del coeficiente de

determinación (R^2) para cada modelo y el análisis de los errores, considerando como error a la diferencia entre el valor predicho por el modelo y el observado. Se consideraron tres errores: i) los correspondientes a los diámetros situados a 30 cm del suelo, ii) los correspondientes a los diámetros situados por encima de los 30 cm del suelo, y iii) los correspondientes a todos los diámetros medidos; esta forma de distribución de los errores destaca el efecto de los diámetros de la base del árbol sobre el error total. El comportamiento de los errores se evaluó a través de su promedio y de su desviación estándar, los que se consideraron indicadores del sesgo y de la precisión del modelo respectivamente (Naesset, 1993). Se consideró motivo suficiente para excluir a un modelo de la validación, i) la presencia de algún extremo relativo, en el modelo polinomial; y ii) la presencia de una indeterminación en los modelos hiperbólicos, por la presencia de un valor nulo en el denominador de la función dentro del rango de las X.

Los datos de la segunda submuestra, denominada Muestra de Validación y conformada por 30 árboles, fueron usados para la validación de los modelos ensayados. En este proceso se analizó la capacidad de los modelos para predecir diámetros y volúmenes, a través del promedio y desviación estándar de las diferencias entre los valores predichos y los tomados de referencia, los que se consideraron indicadores del sesgo y de la precisión del modelo respectivamente (Naesset, 1993).

Los valores máximos, mínimos y promedios observados para el dap y la altura total de cada muestra empleada están indicados en el Tabla 1.

Tabla 1. Valores máximos, mínimos y promedio observados en la muestra total, de ajuste y de validación.

Variable	Valor	Muestra total	Muestra de ajuste	Muestra de validación
Dap (cm)	Máximo	34.4	33.7	34.4
	Mínimo	8.9	10.8	8.9
	Promedio	22.1	22.6	20.8
Altura Total (m)	Máximo	31.2	31.2	29.3
	Mínimo	11.9	12.9	11.9
	Promedio	23.2	23.6	22.1

Para la selección de un modelo final se tuvieron en cuenta los indicadores obtenidos tanto en la etapa de ajuste como en la etapa de validación

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Muestra de Ajuste

Estimación de parámetros y coeficientes de determinación

La Tabla 2 indica, para cada modelo, las estimaciones de los parámetros con su grado de significación y el coeficiente de determinación observado. Sólo los parámetros c de los modelos hiperbólicos de grado 2 resultaron estadísticamente no significativos. Los coeficientes de determinación fueron altos, con un mínimo y un máximo de 0,985 y 0,993 respectivamente; el valor máximo correspondió al modelo polinomial, levemente superior al mostrado por los modelos hiperbólicos.

Tabla 2. Coeficientes estimados (a; b; c; d) y coeficientes de determinación (R²) de cada modelo.

(NC = No Condicionado; C = Condicionado)

Modelo		a	b	c	d	R ²
Polinomial		-	1,485028**	-1,080222**	0,595206**	0,993
Hiperbólico 1	NC	0,780101**	0,251990**	-	-	0,984
	C	1,000000	0,190999**	-	-	0,983
Hiperbólico 2	NC	-0,069260**	1,062510**	0,0156880 ^{ns}	-	0,986
	C	1,000000	1,111007**	-0,030930 ^{ns}	-	0,985
Hiperbólico 3	NC	0,062191**	-0,478631**	1,837827**	-0,420905**	0,985
	C	1,000000	-0,484894**	1,850722**	-0,428917**	0,985

Referencia : ** P < 0,01; * P < 0,05 y ns P > 0,05.

Para que el modelo polinomial pudiese ser considerado como modelo condicionado es condición necesaria que la suma de los valores de sus parámetros sea igual a 1. En el modelo ensayado dicha suma fue igual a 1,000012, indicando así que el diámetro predicho a la altura del pecho resultaría ser 1,000012 veces el dap observado. En consecuencia, se consideró al modelo polinomial como modelo condicionado.

Sesgo de los modelos

La Tabla 3 muestra el error promedio para cada uno de los tres tipos de errores considerados.

Tabla 3. Media de los errores en la estimación del diámetro, en centímetros.

(NC = No Condicionado; C = Condicionado)

Modelo		Tipo de error		
		a 0,30 m de altura	> 0,30 m de altura	≅ 0,30 m de altura
Polinomial		1,32 cm	-0,11 cm	0,04 cm
Hiperbólico 1	NC	0,90 cm	0,08 cm	0,17 cm
	C	0,98 cm	0,07 cm	0,17 cm
Hiperbólico 2	NC	1,40 cm	0,10 cm	0,24 cm
	C	1,17 cm	0,05 cm	0,17 cm
Hiperbólico 3	NC	1,05 cm	0,14 cm	0,23 cm
	C	1,04 cm	0,14 cm	0,23 cm

Todos los modelos mostraron el mayor error promedio en el diámetro de la base (a 30 cm de altura). A esa altura, el menor error fue de 0,90 cm y correspondió al modelo hiperbólico de grado 1 no condicionado; el error mayor fue de 1,40 cm y correspondió al modelo hiperbólico de grado 2 no condicionado. En los modelos hiperbólicos, los errores más bajos correspondieron a los diámetros situados por encima de los 30 cm; con un mínimo de 0,05 cm en el modelo condicionado de grado 2 y un máximo de 0,14 cm en ambos modelos de grado 3. Este comportamiento determinó que al reunirse todos los diámetros involucrados los modelos hiperbólicos mostraran un error promedio levemente superior al observado por encima de los 30 centímetros. La excepción a este comportamiento fue el modelo polinomial que, curiosamente, mostró el menor error promedio (0,04 cm) cuando intervinieron todos los diámetros. Por otra parte, se observó que las formas condicionadas mostraron, en términos generales, errores

medios iguales o menores a los mostrados por sus correspondiente modalidades no condicionadas y que ambas variantes del modelo hiperbólico de grado 3 mostraron errores medios casi idénticos.

Precisión de los modelos

La Tabla 4 muestra la desviación estándar de los errores de predicción de los modelos ensayados.

Tabla 4. Desviación estándar de los errores de predicción del diámetro, en centímetros.
(NC = No Condicionado; C = Condicionado)

Modelo		Desviación estandar (cm)		
		0,30 m de altura	> 0,30 m de altura	³ 0,30 m de altura
Polinomial		1,04	0,74	0,89
Hiperbólico 1	NC	1,01	0,65	0,74
	C	1,02	0,64	0,75
Hiperbólico 2	NC	1,08	0,68	0,83
	C	1,03	0,70	0,82
Hiperbólico 3	NC	1,03	0,76	0,84
	C	1,02	0,76	0,84

Los modelos presentaron la mayor dispersión de errores en los diámetros situados a 30 cm del suelo, con un mínimo de 1,01 cm en el modelo hiperbólico no condicionado de grado 1 y un máximo de 1,08 cm en el modelo hiperbólico no condicionado de grado 2; con una diferencia entre ambos extremos inferior al milímetro. Los valores más bajos estuvieron en los diámetros situados por encima de los 30 cm de altura esa altura, con un valor mínimo de 0,64 cm en el modelo hiperbólico condicionado de grado 1 y un máximo de 0,76 en ambos modelos hiperbólicos de grado 3. Los valores fueron intermedios al considerarse todos los diámetros, con un mínimo de 0,74 cm en el modelo hiperbólico no condicionado de grado 1 y un máximo de 0,89 cm en el modelo polinomial. En términos relativos se observaron valores mínimo y máximo de 4,28 y 5,63 por ciento, respectivamente, lo que indica una amplitud de algo más de un 1 por ciento. En este caso y a diferencia de lo ocurrido con los sesgos, los valores no mostraron mayores diferencias entre las formas condicionadas y no condicionadas. Para todos los diámetros, la mejor precisión la mostró el modelo hiperbólico de grado 1, en sus dos formas.

Extremos relativos e indeterminaciones

Los extremos relativos e indeterminaciones pueden producir distorsiones en la expresión de volúmenes o incapacidad en la estimación; su existencia, si bien no inhabilita por completo el uso de una función, requiere de precauciones extremas en la verificación de los resultados.

La derivada del modelo polinomial se igualó a cero y se obtuvo la función $3dX^2 + 2cX + b = 0$ que se resolvió como ecuación de segundo grado. El discriminante fue negativo, indicando que el modelo polinomial no mostraba extremos relativos dentro del campo de los números reales.

El modelo Hiperbólico 2 mostró indeterminación en la forma no condicionada y condicionada, para $X = 0,065$ y $X = 0,069$ respectivamente. Estos dos modelos quedaron excluidos del proceso de validación.

3.2. Muestra de Validación

Validación de los modelos en la estimación de diámetros.

En la Figura 1 se exponen los sesgos para la predicción del diámetro, a lo largo del fuste, expresados en centímetros.

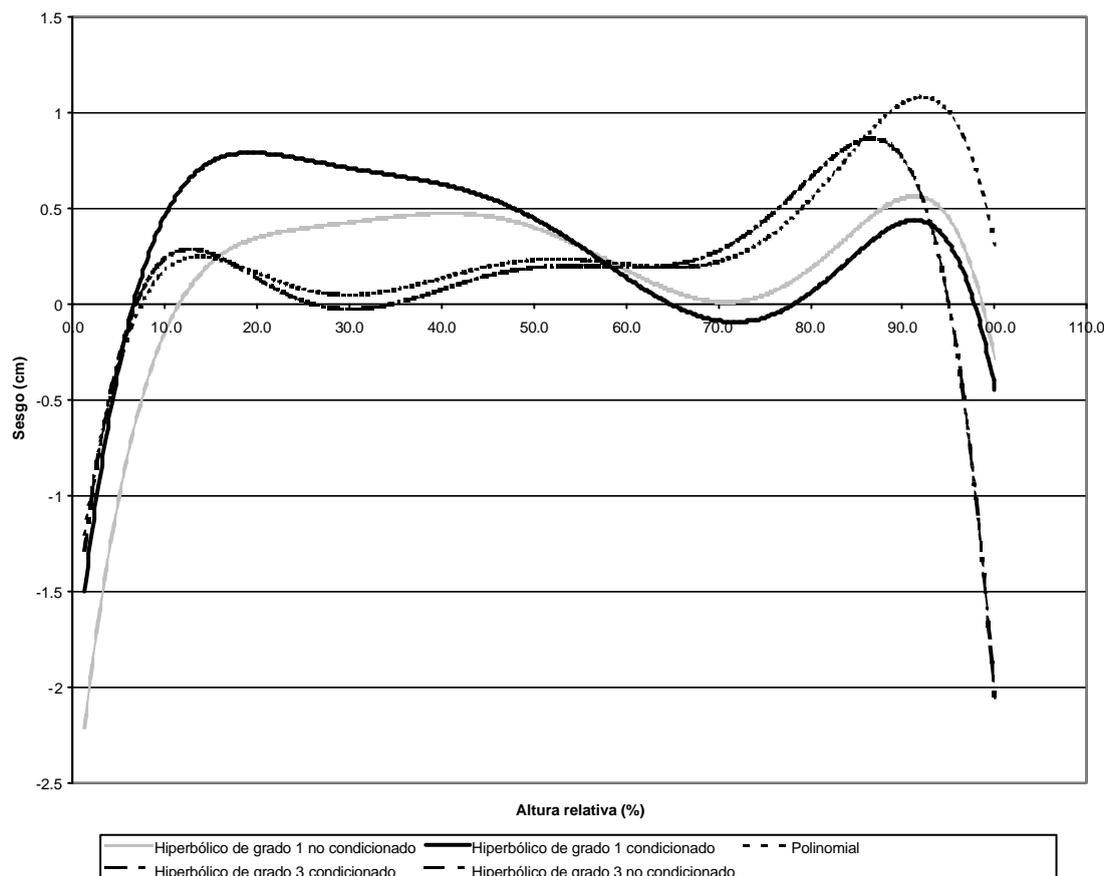


Figura 1. Evolución del sesgo en la estimación del diámetro a lo largo del fuste para los distintos modelos

Los modelos hiperbólicos de grado 3 (condicionado y no condicionado) produjeron los mismos resultados. Los mayores errores en la estimaciones del diámetro se presentaron en ambos extremos del tronco del árbol. En la base, todos los modelos mostraron una subestimación en el diámetro predicho, indicando una falta de flexibilidad para ensancharse en forma suficiente. En el extremo superior, los modelos hiperbólicos subestimaron y el polinomial sobrestimó el diámetro. En la porción media se observó una muy leve tendencia a la sobrestimación, particularmente en el modelo polinomial. Sólo el modelo hiperbólico de grado 1 no condicionado y a 1.2% de altura relativa, mostró una desviación estándar mayor de 1 centímetro. La Figura 2 muestra la precisión observada en la predicción de los diámetros. Como puede verse, la menor

precisión se observó en la base del tronco y desde la altura del pecho la desviación estándar se estabiliza alrededor de los 0,6 centímetros.

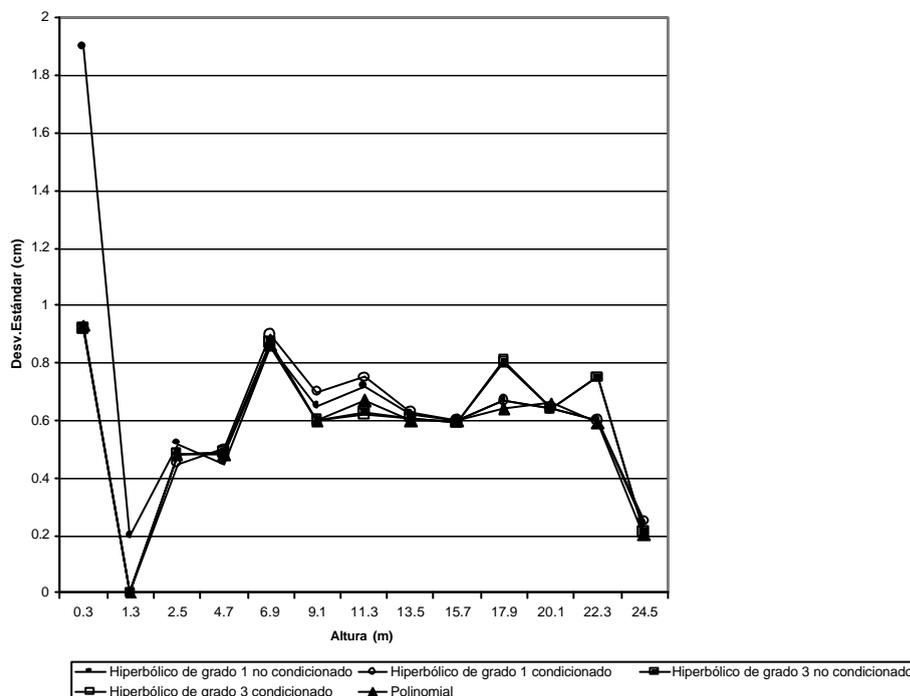


Figura 2. Evolución de la precisión en diámetro a lo largo del fuste. Muestra de validación.

Validación de los modelos en la estimación del volumen.

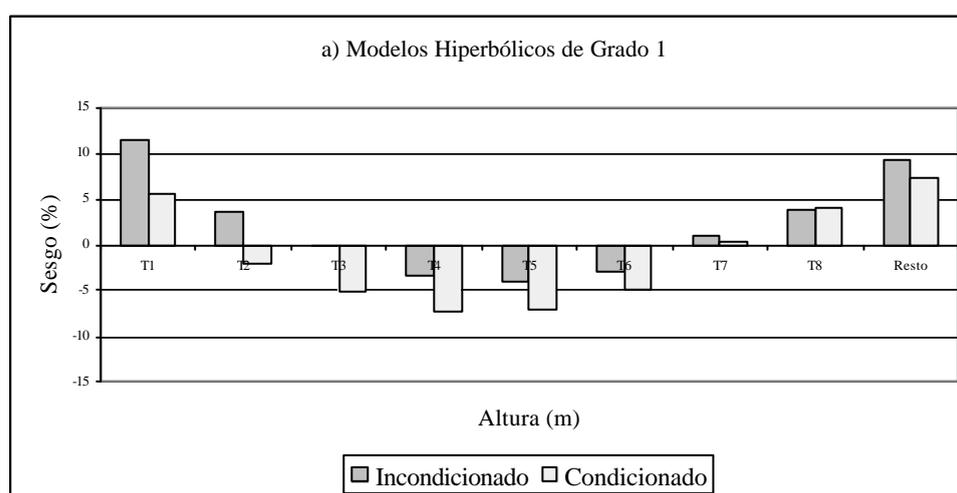
Se compararon los volúmenes obtenidos por aplicación de la fórmula de Smalian con diámetros estimados por aplicación de los modelos de perfil de fuste, con los predichos por una tabla de volumen desarrollada para predecir el volumen de madera con destino celulosa para la misma plantación, a partir de la función $V = -0,068139 + 0,000859 * dap^2$ (Marquina et al. 1997); el volumen considerado fue el del fuste desde los 30 cm del suelo (límite del tocón) y hasta un diámetro mínimo de 7 cm en la punta más fina, con diámetros medidos cada 2,20 metros, que es la distancia mínima para ese destino. La Tabla 5 indica los valores obtenidos como indicadores del sesgo y de la precisión de los modelos en el cálculo de volumen total, expresado como por ciento del volumen total.

Tabla 5. Estimaciones del sesgo y de la precisión en el cálculo de los volúmenes comerciales, en por ciento. Comparación de resultados entre las funciones de forma y las funciones de volúmenes individuales.

a) Función general aplicada	Versión	Por cientos de	
		Sesgo	Precisión
Modelo Polinomial Incompleto	Condicionado	+1,31	8,72
Modelo Hiperbólico de Grado 1	No condicionado	+3,05	9,09
Modelo Hiperbólico de Grado 1	Condicionado	-1,16	8,16
Modelo Hiperbólico de Grado 3	No condicionado	+1,73	8,91
Modelo Hiperbólico de Grado 3	Condicionado	+1,69	8,90

Como se puede observar en la Tabla 5, los volúmenes estimados a partir de los modelos de perfil no difieren sustancialmente de sus similares obtenidos mediante la tabla de volumen. El modelo hiperbólico de grado 1 no condicionado (modelo de Behre) mostró el peor comportamiento global, al mostrar el mayor sesgo y la menor precisión; mientras que el mismo modelo en su forma condicionado mostró el mejor comportamiento, al mostrar el menor sesgo y la mayor precisión.

La Figura 3 muestra el comportamiento del sesgo, en términos de volumen, a lo largo del fuste y en por ciento del total. Los mejores resultados se observan en los modelos Polinomial y en el Hiperbólico de grado 3 en ambas modalidades. Sin embargo en el modelos Hiperbólicos de grado 1 se observan resultados significativamente diferentes entre la modalidad original y la condicionada. El modelo Hiperbólico 1 que tiene sesgos importantes en la estimación de los diámetros en la base del tronco (Figura 2), presenta el mayor desvío en el volumen de la troza 1 (cerca del 12 %). Estos errores en diámetros tienen un gran impacto en los errores de volumen, si se tiene en cuenta que la relación entre el diámetro y volumen no es lineal sino cuadrática y que además la troza 1 representa en promedio el 20 % del volumen total del tronco.



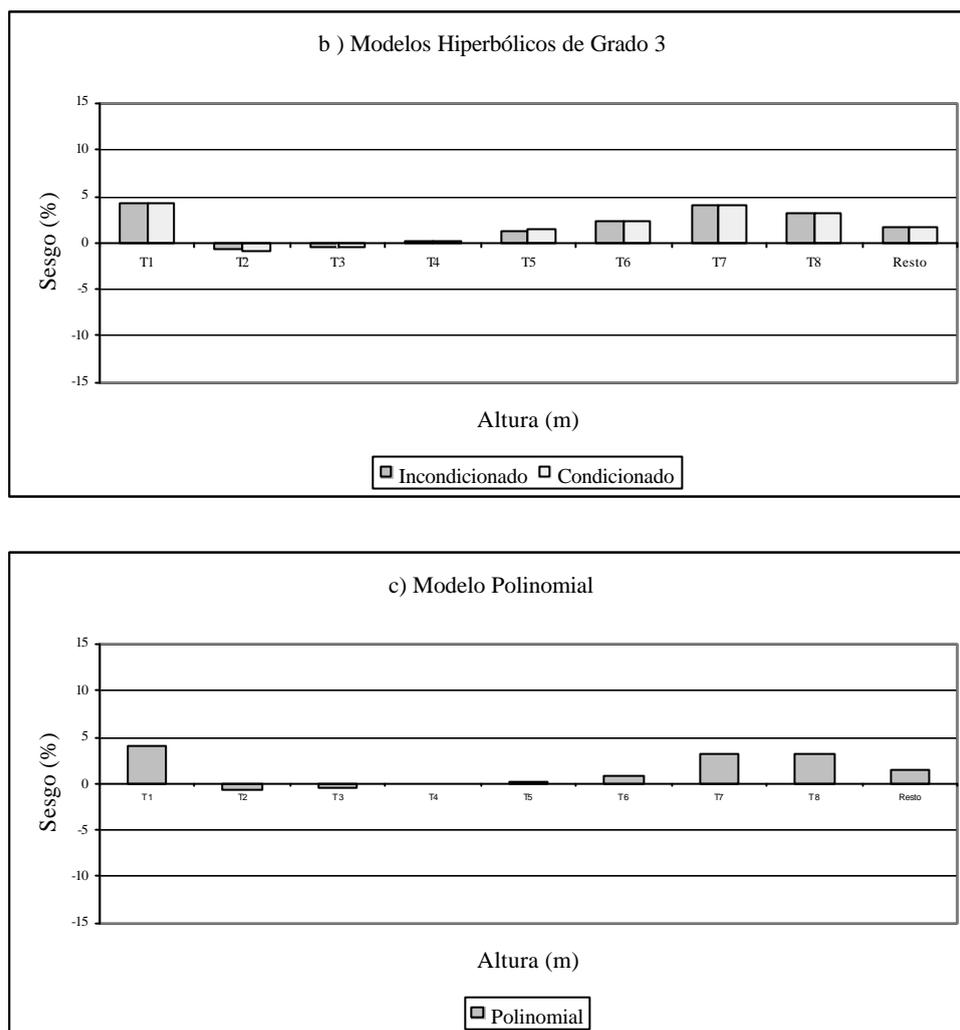


Figura 3. Sesgos en la estimación del volumen por troza.

Referencia: Los valores son los promedios obtenidos a partir de las trozas de la muestra de validación. Los sesgos son con respecto al volumen medio de la troza, calculado por Smalian. La troza 1 es la base del fuste. Cada troza tiene una longitud de 2,2 metros.

En la Figura 4 se muestra la evolución de la precisión a lo largo del fuste. El modelo hiperbólico 1 sobrestima respecto del conjunto en las trozas inferiores 1 y 2 y el modelo hiperbólico 3 subestima relativamente en las trozas de la parte superior. Similarmente a lo que se describió en la estimación de diámetros los valores del estimador de la precisión aumentan (lo cual significa menos precisión) hacia el extremo superior del tronco. Sin embargo, cabe destacar que las valores de precisión alcanzados en este caso tienen un piso de alrededor del 8 %, el cual constituye el techo para los diámetros (Figura 3), destacándose de esta manera la expansión de los errores de los diámetros en el cálculo de los volúmenes.

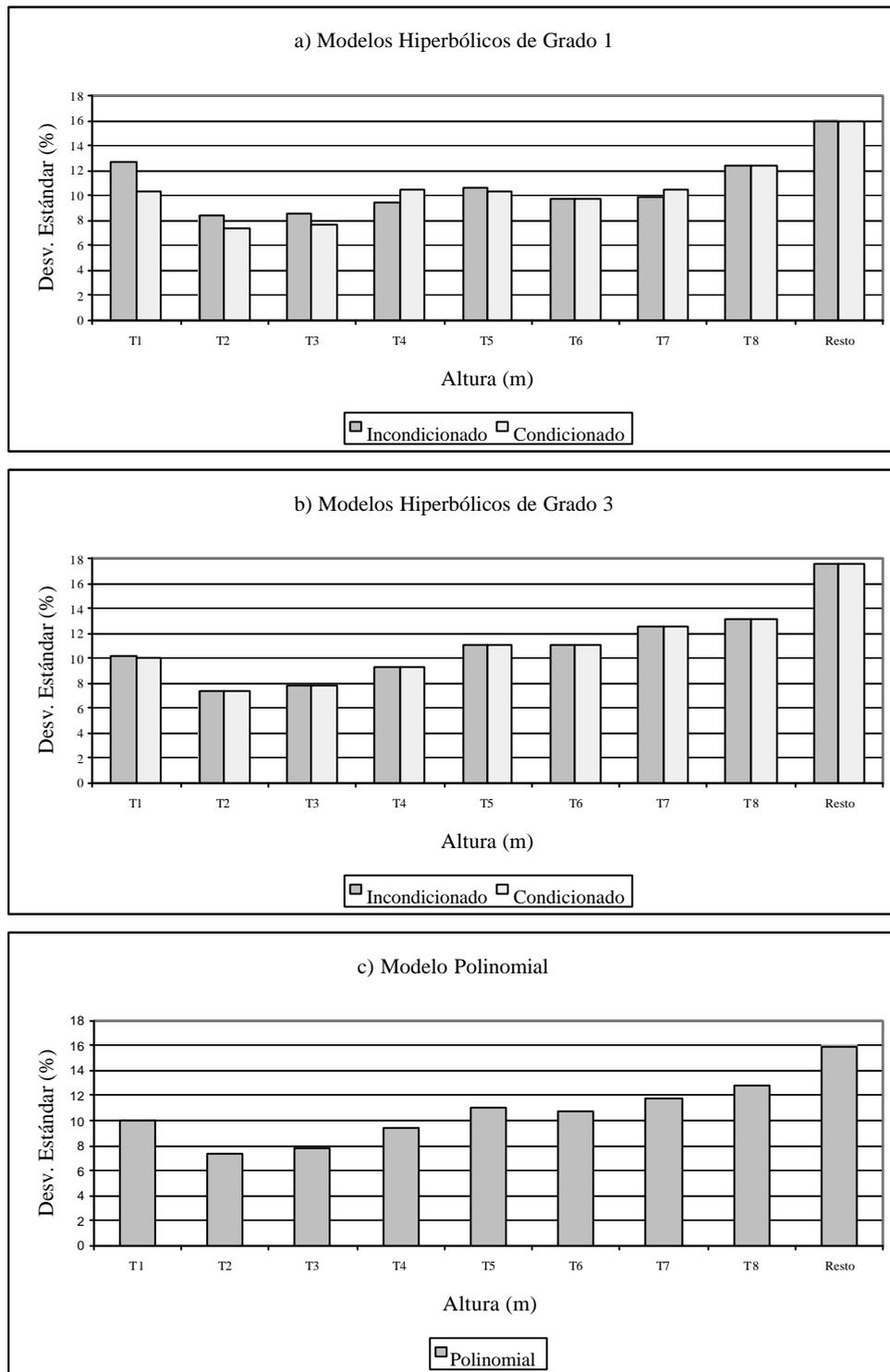


Figura 4. Valores de precisión en la estimación del volumen por troza en por ciento. Referencia: Los valores son los promedios de 30 observaciones. Los valores son con respecto al volumen medio de la troza. La troza 1 es la base del fuste. Cada troza tiene una longitud de 2,2 metros

4. CONCLUSIONES

Todos los modelos ensayados presentaron los mayores errores en ambos extremos del tronco, subestimando en todos los casos en la base. El modelo Polinomial presentó un comportamiento destacado por sobre los modelos Hiperbólicos, tanto en la estimación de diámetros como en volúmenes. De los modelos hiperbólicos se ha destacado el modelo de grado 3, sobre todo en la estimación de volúmenes. El modelo de grado 2 fue descartado por la detección de indeterminaciones. No se han observado diferencias significativas de comportamiento entre las modalidades condicionadas y no condicionadas de los modelos ensayados. Finalmente, el modelo seleccionado es el polinomial incompleto:

$$Y = 1,485028 X - 1,080222 X^2 + 0,595206 X^3$$

Los modelos de perfil presentaron errores promedio similares a la función de volumen contrapuesta.

REFERENCIAS

- Allen, P. 1991. Polynomial taper equation for *Pinus Caribaea*. *New Zealand Journal of Forestry Science*. 21:2-3, 194-205.
- Allen, P; N. Henry and P. Gordon. 1993. Polynomial taper model for Queensland plantation hoop pine. *Australian Forestry*, 55, 9-14.
- Amidon, E. 1984. A general taper functional form to predict bole volumen for mixed-conifer species in California. *Forest Science* vol 30-1, pp 166-171.
- Avery, T. E. and H. E. Burkhart. 1994. *Forest Measurements*. McGraw-Hill Inc., 408 pp
- Caillez, F. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a las trópicos. *Predicción del rendimiento* Vol 22, FAO, Roma.
- Demaerschalk, J. 1972. Converting volume equations to compatible taper equations. *Forest Science* vol 18-3, pp 241-245.
- Husch, B; I. Miller and T. Beers. 1982. *Forest Mensuration*. John Wiley & Sons. New York. 402 pp.
- Laasasenaho, J. 1982. Taper curve and volume functions for Pine, Spruce and Birch. *Communications Institutii Forestalis Fenniae*; Helsinki, 108.
- Marquina J; R. Bratovich y R. Marlats. 1997. Funciones de volumen útil con corteza para clones de *Populus deltoides* Marsh de plantaciones en la zona continental de la provincia de Buenos Aires. *Revista de Investigaciones Agropecuarias*, Instituto Nacional de Tecnología Agropecuaria. ISBN 0325-8718, Vol. 28, N°2, pp. 65-72.
- Munro, D. and J. Demaerschalk. 1974. Taper based versus volume based compatible estimating systems. *Forestry Chronicle* vol 50-5, pp 197-199.
- Naesset, E. 1993. The accuracy of the Norwegian stand volume function. *SkogforsVes*, 46-2.
- Philip, Michael S. 1994. *Measuring trees and forests*. 2th edition. University Press, Cambridge, UK. pp310.
- Popov, V. E.; A. V. Popova and A. S. Mikhailov. 1994. Use of taper functions to calculate stem volumes in *Pinus sylvestris* and *Pinus sibirica*. *Lesovedenie* No 2, 65-79. Institut Lesaim V. N. Sukacheva, SORAN, Krasnoyarsk, Russia.
- Prieto Rodriguez, A y E Tolosana Esteban. 1991. Funciones de perfil para la cubicación de árboles en pie con clasificación de productos. *Comunicaciones INIA, Serie Recursos Naturales*, N° 58, Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimentaria, Madrid, España. pp 84.
- Wonnacott, T. y D. Wonnacott, 1981. *Introducción a la Estadística*. Limusa, 515 pag.

