

Evaluación y simulación precoces del crecimiento de rodales de *Pinus taeda* con procesos de difusión

Precocious evaluation and simulation of Pinus taeda stands growth with diffusion processes

C. R. Sanquetta¹, J. E. Arce¹, W. Pizzato² y F. Dos Santos Gomes²

Recibido en marzo de 1997, aceptado en marzo de 1999.

RESUMEN

Para evaluar y simular el crecimiento de rodales jóvenes, coetáneos, monoespecíficos y homogéneos de *Pinus taeda* L., se empleó la técnica de simulación Procesos de Difusión. Los datos utilizados se obtuvieron a partir de mediciones realizadas en árboles individuales en 1993 y 1996 (6^o y 9^o años) en un ensayo de espaciamientos de *Pinus taeda* L., instalado en el municipio de Jaguariaíva, Paraná, Brasil, en la Fazenda Lageado de la empresa "Pisa Florestal". Para obtener estimaciones del crecimiento relativo en diámetro, de la variancia del crecimiento relativo en diámetro y de la mortalidad, se ajustaron previamente modelos por clases diamétricas utilizando técnicas de regresión lineal (método clásico de los mínimos cuadrados) y no-lineal (algoritmo de Marquardt). La construcción de las ecuaciones de difusión (Kolmogorov forward equation), a pesar de exigir estimaciones estadísticas previas, no presentó inconvenientes en ser implementada para rodales de *Pinus taeda*. Las distribuciones diamétricas simuladas con procesos de difusión fueron armónicas y coherentes con la realidad. En este estudio un factor destacable es la utilización de los procesos de difusión aplicando técnicas de regresión, en lugar de los datos brutos. Las técnicas de regresión, lineales o no-lineales, amortiguan algunas pequeñas discrepancias debidas a la joven edad de los rodales y al pequeño tamaño de las muestras

Palabras clave: crecimiento, simulación, procesos de difusión, *Pinus taeda*, distribuciones diamétricas, Paraná, Brasil.

ABSTRACT

The Diffusion Processes simulation technique was used to evaluate and simulate the growth of young, even-aged, monospecific and homogeneous stands of *Pinus taeda* L.. The data used were obtained from measurements on individual trees in 1993 and 1996 (6th and 9th years) in a spacing test of *Pinus taeda* L. at farm Fazenda Lageado, Jaguariaíva, Paraná, Brasil, belong to the Company Pisa Florestal. To obtain estimations of relative diameter increment, variance of relative diameter increment and mortality, diameter class models were previously fitted by both linear regression techniques (classic least squares method) and non-linear regression techniques (Marquardt algorithm). The construction of the diffusion equations, which requires previous statistical estimations, did not show great difficulty in terms of implementation for *Pinus taeda* stands. The diameter distributions simulated with diffusion processes were harmonic and coherent with reality. In this study, an outstanding factor was the use of diffusion processes applying regression techniques instead of the raw data. It was noticed that regression techniques, both linear and non-linear, mitigate any discrepancies caused by the original data, especially in the case of small-sized samples of young-aged pine stands.

Key words: growth, simulation, diffusion processes, *Pinus taeda*, diameter distributions, Paraná, Brasil.

¹ Profesor del curso de Ingeniería Forestal de la Universidad Federal del Paraná (UFPR), Rua Bom Jesus 650, Jueveve 80.035-010, Curitiba, PR, Brasil. E-Mail: sanquetta@cce.ufpr.br

² Ingeniero Forestal, alumno de la Maestría en Manejo Forestal de la UFPR, Curitiba, PR, Brasil.

1. INTRODUCCIÓN

Un manejo forestal efectivo implica la aplicación de un sistema de tratamientos para el control de la masa forestal, de tal manera que el incremento en el valor económico y/o social del bosque sea más rápido que los intereses acumulados de los costos de los tratamientos (Alder, 1980). Al mismo tiempo, todas las operaciones de cosecha disminuirán la masa futura en mayor o menor grado. Una tasa de cosecha muy alta traerá como consecuencia final la liquidación del recurso forestal; una tasa muy baja puede privar a la comunidad de recursos inmediatos y reducir el potencial de crecimiento futuro del bosque (Alder, 1980). Un modelo de predicción del rendimiento debe ser capaz de evaluar todos los factores relacionados con el manejo forestal, si es que se quiere utilizarlo plenamente en la toma de decisiones de la empresa forestal (Clutter et al., 1983).

El manejo silvícola dentro de un rodal puede ser realizado árbol por árbol, o por agrupamientos, pero el mayor interés de la ingeniería forestal se centra en el efecto de los tratamientos sobre el volumen, el valor o la estructura de la totalidad del rodal (Daniel et al., 1982). El crecimiento de los rodales puros coetáneos se ve afectado por el estado de desarrollo del bosque, la calidad de sitio, la especie, la densidad - expresada en área basal y en número de árboles por unidad de superficie -, los tratamientos silviculturales, y las unidades en las que se expresa el crecimiento. La densidad del rodal es el segundo factor en importancia, después de la calidad de sitio, para la determinación de la productividad de un sitio forestal (Daniel et al., 1982), para una determinada calidad del material genético utilizado. La densidad del rodal es el principal factor de producción que el silvicultor puede manejar durante el desarrollo del bosque.

La estimación del crecimiento es una etapa esencial en la ordenación forestal. Cualquier planificación requiere de algún tipo de predicción del crecimiento (Spurr, 1952). Una correcta estimación de la productividad forestal de un sitio, expresada en $\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$, proporciona una herramienta útil y necesaria de planeamiento y administración para la empresa forestal. Solamente pueden ser tomadas decisiones racionales sobre intensidad y épocas de raleos y cosecha final si la respuesta de los bosques a estas operaciones puede ser cuantificada. Los estudios de crecimiento y rendimiento son los medios utilizados para alcanzar este fin (Alder, 1980).

El estudio y la modelización del crecimiento y de la producción forestal es de fundamental importancia para la implementación de técnicas de manejo y planeamiento forestal. El proceso de decisión en el manejo forestal requiere del conocimiento de todas las variables involucradas en el proceso productivo, como también de la evolución de la producción del rodal. Los modelos de simulación son actualmente imprescindibles para el correcto desarrollo de técnicas que buscan obtener la máxima productividad del bosque y la máxima rentabilidad del emprendimiento.

Alder (1980), Clutter et al. (1983) y Davis y Johnson (1987) clasificaron a los modelos de crecimiento y producción en tres tipos:

- modelos globales a nivel de rodal, que permiten obtener una estimación general de la producción por unidad de área;
- modelos por clases diamétricas, que posibilitan la prognosis del número de árboles por clase diamétrica (la altura, el volumen y otras características del rodal pueden ser asociadas a cada una de las clases); y,
- modelos para árboles individuales, que consideran características de árboles individuales para la prognosis del crecimiento y producción del rodal.

Los modelos por clases diamétricas utilizan normalmente funciones de densidad de probabilidades para la obtención de las frecuencias de los árboles en cada clase diamétrica. Las

variables independientes más comunes para las prognosis son el número de árboles por hectárea, la edad y la altura dominante del rodal.

Según Sanquetta (1996), tres modelos no espaciales expresan el desarrollo del rodal por medio de la descripción de las distribuciones diamétricas o de otra variable agrupada en clases: funciones probabilísticas, matrices de transición y procesos de difusión.

Zeide (1993), analizando las funciones de crecimiento conocidas, consideró que el crecimiento de las plantas es el resultado de dos factores antagónicos: la tendencia intrínseca ilimitada del crecimiento (potencial biótico) y las restricciones impuestas por el ambiente y la edad. La tendencia de expansión prevalece en el comienzo de la vida de los árboles y la reducción del crecimiento predomina al final. Las ecuaciones de crecimiento existentes pueden ser transformadas de manera de exponer estos dos componentes de expansión y reducción. La característica común es que el período exponencial del crecimiento es proporcional al tamaño del árbol. La reducción del crecimiento parece ser más variable, reflejando un número mayor de factores que la afectan: escasez de recursos, competencia, reproducción, plagas y enfermedades, daños causados por la fauna herbívora, catástrofes naturales y artificiales, etc. Como consecuencia de las tendencias independientes de expansión y reducción, el patrón de crecimiento es inherentemente impreciso y no puede ser analizado simplemente como una sola línea.

El crecimiento de los bosques puede ser entendido como un proceso continuo, que incluye una *entrada*, un *movimiento* y una *salida* de biomasa. La entrada es el ingreso, el movimiento el crecimiento, y la salida la mortalidad. La ecuación de continuidad de la hidrodinámica, que relaciona estos tres parámetros en la dinámica de los fluidos (Chow et al., 1988), fue utilizada por Nagano en 1978 (*op. cit.* Kohyama, 1989) para simular la dinámica de rodales secundarios de bosques tropicales lluviosos. Otros autores incorporan a esta ecuación un término estocástico, considerando el diferencial de segundo orden de la variancia del incremento corriente anual (Hara, 1984a, 1984b; Kohyama, 1989, 1991, 1992).

Según Sanquetta (1996), los procesos de difusión expresan los componentes de la dinámica, tales como crecimiento, mortalidad e ingreso, simultáneamente en función del tiempo y de las dimensiones de las clases diamétricas, agrupándolos en ecuaciones diferenciales. El modelo estocástico así definido, llamado de ecuación de difusión o proceso de difusión, es descrito por la ecuación *forward* de Kolmogorov o ecuación de Fokker-Planck, y presenta la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} f(x) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [D(x)f(x)] - \frac{\partial}{\partial x} [G(x)f(x)] - M(x)f(x)$$

donde:

- $f(x)$ = distribución de densidad de la clase x (Hara, 1984a);
- $G(x)$ = crecimiento instantáneo medio de la clase x , por unidad de tiempo;
- $D(x)$ = variancia de $G(x)$ de la clase x , por unidad de tiempo; y,
- $M(x)$ = mortalidad instantánea de la clase x , por unidad de tiempo.

El objetivo principal del presente estudio fue evaluar y simular el crecimiento de rodales jóvenes, coetáneos, monoespecíficos y homogéneos de *Pinus taeda* utilizando la técnica de simulación denominada procesos de difusión.

2. MATERIALES

Los datos utilizados fueron obtenidos de un ensayo de espaciamientos de *Pinus taeda* L., instalado en el municipio de Jaguaríaiva, PR, Fazenda Lageado, de la empresa “Pisa Florestal”, Proyecto J-2, cuadro 11. La plantación fue realizada en 1987.

El ensayo evalúa cinco espaciamientos, repetidos en seis bloques continuos. El área ocupada por el ensayo consta de seis bloques instalados de manera continua en un total de 3 ha (incluyendo la bordura), con un área útil de 2,6 ha. Cada parcela posee doble bordura. El lugar de implantación del ensayo poseía anteriormente una plantación con *Pinus taeda* de 16 años de edad, y a fines de 1986 se realizó una tala rasa en el proyecto. En la Tabla 1 se presentan los tratamientos del ensayo (diseño en bloques completos al azar).

Tabla 1. Características de los 5 tratamientos del ensayo.

Tratamiento	Espaciamiento (m)	Árboles ha ⁻¹	Área de la parcela (m ²)		Plantas útiles
			total	útil	
1	2,5 x 1,2	3333	630	234	78
2	2,5 x 2,0	2000	630	210	42
3	2,5 x 2,8	1428	810	315	45
4	2,5 x 3,6	1111	990	378	42
5	2,5 x 4,4	909	1260	440	40

Las mediciones de DAP (diámetro a la altura de pecho; pecho tomado transversalmente sobre el fuste del árbol a una distancia de 1,30 m del suelo; suelo normal) y altura total fueron realizadas anualmente, entre los años 1991 y 1996. Los datos utilizados en el presente estudio provienen de mediciones de árboles individuales realizadas en 1993 y 1996 (años sexto y noveno).

3. MÉTODOS

El primer análisis realizado sobre los datos consistió en evaluar la existencia de diferencias entre los cinco tratamientos que justificase el estudio separado del crecimiento de cada uno de ellos. Las diferencias fueron analizadas por medio del test de comparación de medias (Tukey, $\alpha = 0,05$), para los cinco tratamientos y los seis períodos de observación (1991 a 1996).

Las variables necesarias para la simulación con la ecuación de difusión son:

- $G(x)$: media de los valores de ICA (incremento corriente anual) por clase de DAP;
- $D(x)$: variancia de los valores de ICA por clase de DAP;
- $M(x)$: mortalidad durante el período 1993-1996 por clase de DAP; y
- $B(x)$: índice de competencia (Kohyama, 1989), expresado por el área basal acumulada de los árboles pertenecientes a las clases diamétricas superiores a la considerada.

Con la finalidad de evaluar la relación existente entre las variables de crecimiento y mortalidad $G(x)$, $D(x)$ y $M(x)$, las variables de estado DAP y $B(x)$ y las transformaciones $\log(DAP)$ y DAP^2 , se realizó un análisis de correlación múltiple. Las ecuaciones de crecimiento,

variancia del crecimiento y mortalidad fueron ajustadas considerando el resultado del análisis de correlación.

Una vez obtenidas las variables, la construcción de la ecuación de difusión fue inmediata. Las ecuaciones de crecimiento fueron adaptadas de Zeide (1993), sustituyendo la variable original “tiempo” (t) por la variable “tamaño” (x), que en el caso del presente estudio fue la variable diámetro (DAP). La ecuación de mortalidad ajustada fue la exponencial. El ingreso no fue considerado por ser éste inexistente en plantaciones comerciales. La ecuación de difusión fue generada por medio de una rutina programada específicamente para tal fin.

Las ecuaciones de crecimiento fueron ajustadas mediante el algoritmo de Marquardt (Moser y Beers, 1969), y la ecuación de mortalidad fue linealizada y ajustada mediante el método clásico de los mínimos cuadrados. En la Tabla 2 se presentan las ecuaciones de crecimiento y mortalidad ajustadas.

Tabla 2. Ecuaciones de crecimiento y mortalidad ajustadas para los cinco tratamientos.

Ecuación	Nombre – Tipo	Forma integral	Forma diferencial
	Gompertz	$G(x) = a \cdot e^{-b \cdot e^{-c \cdot x}}$	$G(x) / x = abc \cdot e^{-c \cdot x} \cdot e^{-b \cdot e^{-c \cdot x}}$
	Logística	$G(x) = \frac{a}{(1 + c \cdot e^{-b \cdot x})}$	$G(x) / x = \frac{abc \cdot e^{-b \cdot x}}{(1 + c \cdot e^{-b \cdot x})^2}$
Crecimiento	Chapman-Richards	$G(x) = a(1 - e^{-b \cdot x})^c$	$G(x) / x = abc \cdot e^{-b \cdot x} (1 - e^{-b \cdot x})^{c-1}$
	Bertalanffy	$G(x) = a(1 - e^{-b \cdot x})^3$	$G(x) / x = 3abc \cdot e^{-b \cdot x} (1 - e^{-b \cdot x})^2$
	Weibull	$G(x) = a(1 - e^{-b \cdot x^c})$	$G(x) / x = abc \cdot x^{c-1} \cdot e^{-b \cdot x^c}$
	Korf	$G(x) = a \cdot e^{-b \cdot x^c}$	$G(x) / x = abc \cdot x^{c-1} \cdot e^{-b \cdot x^c}$
Mortalidad	Exponencial	$M(x) = e^{(a+b \cdot x)}$	-

Las ecuaciones de crecimiento fueron seleccionadas en función del coeficiente de determinación ajustado (R^2 ajustado), del error y del estadístico F.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la Figura 1 se presentan los resultados del test de comparación de medias de diámetros.

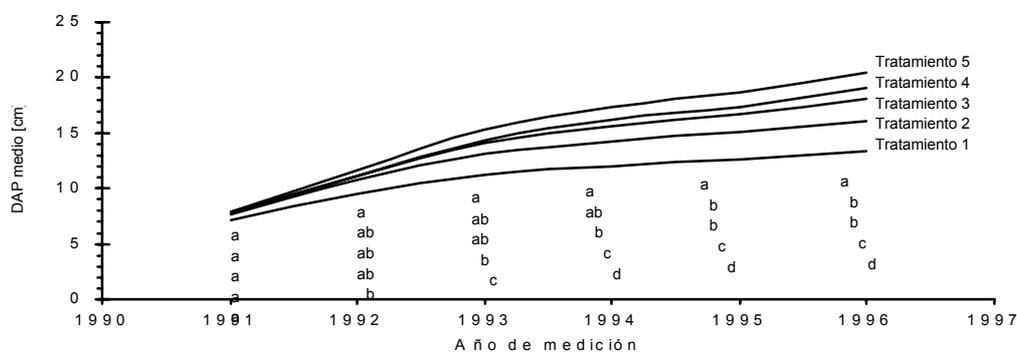


Figura 1. Resultados del test de comparación de medias de diámetros por tratamiento. Test de Tukey al nivel de 5%, 1991 a 1996.

El test de comparación de medias de diámetros por tratamientos muestra que a partir del año 1992 comienzan a ser observadas diferencias significativas ($\alpha < 0,05$) entre algunos tratamientos. Las diferencias se tornan más notables a lo largo del tiempo, hasta distinguir casi todos los tratamientos entre sí en el año 1996. También fueron comparadas las medias entre las 6 repeticiones (bloques), no presentando diferencias significativas en el test de comparación de medias de Tukey al nivel de significancia de 5%.

En la Tabla 3 se presentan los resultados del análisis de correlación múltiple para cada uno de los cinco tratamientos, considerando las variables de crecimiento y mortalidad $G(x)$, $D(x)$ y $M(x)$, las variables de estado DAP y $B(x)$ y las transformaciones $\log(DAP)$ y DAP^2 .

Tabla 3. Resultados del análisis de correlación múltiple para diversas variables de los cinco tratamientos. Los coeficientes de correlación r están indicados en el cuerpo de la tabla. Los valores en **negrita** indican correlación significativa ($\alpha = 0,05$).

	Variables de crecimiento y mortalidad, o variables dependientes			Variables de estado, o posibles variables independientes			
	$G(x)$	$D(x)$	$M(x)$	DAP	$\log(DAP)$	DAP^2	$B(x)$
Tratamiento 1 (3333 árboles ha⁻¹)							
$G(x)$	1	0,9212	-0,6729	0,9966	0,9780	0,9854	-0,9694
$D(x)$	0,9212	1	-0,8420	0,9208	0,9638	0,8598	-0,8493
$M(x)$	-0,6729	-0,8420	1	-0,7081	-0,8106	-0,6087	0,5998
DAP	0,9966	0,9208	-0,7081	1	0,9847	0,9878	-0,9631
$\log(DAP)$	0,9780	0,9638	-0,8106	0,9847	1	0,9463	-0,9393
DAP^2	0,9854	0,8598	-0,6087	0,9878	0,9463	1	-0,9516
$B(x)$	-0,9694	-0,8493	0,5998	-0,9631	-0,9393	-0,9516	1
Tratamiento 2 (2000 árboles ha⁻¹)							
$G(x)$	1	0,6893	-0,6152	0,987	0,9922	0,9508	-0,934
$D(x)$	0,6893	1	-0,5984	0,6006	0,7059	0,4783	-0,5291
$M(x)$	-0,6152	-0,5984	1	-0,5774	-0,6952	-0,4746	0,4
DAP	0,987	0,6006	-0,5774	1	0,9823	0,9864	-0,958
$\log(DAP)$	0,9922	0,7059	-0,6952	0,9823	1	0,9389	-0,907
DAP^2	0,9508	0,4783	-0,4746	0,9864	0,9389	1	-0,9678
$B(x)$	-0,934	-0,5291	0,4	-0,958	-0,907	-0,9678	1
Tratamiento 3 (1428 árboles ha⁻¹)							
$G(x)$	1	0,5365	-0,8257	0,982	0,983	0,9355	-0,8286
$D(x)$	0,5365	1	-0,6911	0,4339	0,5814	0,2725	-0,0794
$M(x)$	-0,8257	-0,6911	1	-0,7298	-0,8595	-0,5996	0,4376
DAP	0,982	0,4339	-0,7298	1	0,9675	0,9794	-0,9082
$\log(DAP)$	0,983	0,5814	-0,8595	0,9675	1	0,8992	-0,7886
DAP^2	0,9355	0,2725	-0,5996	0,9794	0,8992	1	-0,9622
$B(x)$	-0,8286	-0,0794	0,4376	-0,9082	-0,7886	-0,9622	1
Tratamiento 4 (1111 árboles ha⁻¹)							
$G(x)$	1	0,1469	-0,8642	0,966	0,9948	0,8956	-0,8301
$D(x)$	0,1469	1	-0,5197	0,0141	0,2084	-0,1421	0,1765
$M(x)$	-0,8642	-0,5197	1	-0,7593	-0,8923	-0,6244	0,5048
DAP	0,966	0,0141	-0,7593	1	0,9647	0,9785	-0,9253
$\log(DAP)$	0,9948	0,2084	-0,8923	0,9647	1	0,8927	-0,8162
DAP^2	0,8956	-0,1421	-0,6244	0,9785	0,8927	1	-0,9599
$B(x)$	-0,8301	0,1765	0,5048	-0,9253	-0,8162	-0,9599	1
Tratamiento 5 (909 árboles ha⁻¹)							
$G(x)$	1	-0,2613	-	0,9492	0,9849	0,8973	-0,8541
$D(x)$	-0,2613	1	-	-0,3582	-0,3196	-0,3741	0,3572
$M(x)$	-	-	-	-	-	-	-
DAP	0,9492	-0,3582	-	1	0,9879	0,9899	-0,9547
$\log(DAP)$	0,9849	-0,3196	-	0,9879	1	0,9564	-0,918
DAP^2	0,8973	-0,3741	-	0,9899	0,9564	1	-0,9623
$B(x)$	-0,8541	0,3572	-	-0,9547	-0,918	-0,9623	1

Hasta el noveno año de edad (1996), los diámetros medios de los tratamientos 3 y 4 (1428 y 1111 árboles ha⁻¹, respectivamente) no presentaron diferencias significativas entre sí por medio del Test de Tukey al nivel de significancia de 5% (Figura 1). Todos los demás tratamientos están claramente diferenciados. Considerando que la evaluación del ensayo de espaciamientos al noveno año para *Pinus taeda* es relativamente precoz, es prudente, para los efectos de esta evaluación y simulación del crecimiento, discriminar los cinco tratamientos. Se cometería un error mayor si los tratamientos 3 y 4 se analizaran de manera agrupada e, hipotéticamente con el tiempo, se diferenciase, que si los tratamientos 3 y 4 se analizaran separadamente y, también en hipótesis, con el tiempo no se diferenciase. La opción de agrupar los tratamientos en años subsecuentes siempre es factible.

Los valores correspondientes a los coeficientes de correlación de la variable mortalidad $M(x)$ para el tratamiento 5 no pudieron ser calculados debido a que no se registró ningún caso de mortalidad hasta el noveno año (1996). Se podría asumir que la correlación resultante es cero.

Las relaciones entre las variables fueron evaluadas también gráficamente. En las figuras 2 a 7 se presentan algunas de las relaciones gráficas obtenidas entre las variables. Los números en el interior de las figuras representan los tratamientos. La línea punteada representa valores medios de los cinco tratamientos. En las figuras 6 y 7 no se consideran los valores de mortalidad para el tratamiento 5.

Para los cinco tratamientos, los valores de la variable crecimiento $G(x)$ aumentaron con el aumento del DAP (Figura 2), y disminuyeron con el aumento del índice de competencia $B(x)$ (Figura 3). Esta tendencia del crecimiento era esperada, considerando la edad de los rodales analizados.

En la Tabla 3 se observa que los coeficientes de correlación entre las variables crecimiento $G(x)$, variancia del crecimiento $D(x)$, y mortalidad $M(x)$, y las variables diámetro DAP y logaritmo del diámetro $\log(DAP)$, presentaron valores muy próximos, tanto en valor absoluto como en la significación estadística. Sería más simple y razonable la utilización de la variable diámetro en lugar del logaritmo del diámetro en las ecuaciones de crecimiento y mortalidad. La variable diámetro al cuadrado presentó correlaciones algo discrepantes respecto de los valores de la variable diámetro, dependiendo del tratamiento considerado. Estas discrepancias podrían deberse al hecho de considerar un espacio de tiempo reducido, analizando apenas una parte de la curva de crecimiento. La inclusión de esta variable en las ecuaciones de crecimiento y mortalidad no se justifica, dada la precocidad de las evaluaciones.

En la Tabla 3 se observan valores de los coeficientes de correlación para la variable variancia del ICA, $D(x)$, no significativos ($\alpha \geq 0,05$) en prácticamente todos los casos y tratamientos, con excepción del tratamiento 1. En general, los valores obtenidos de $D(x)$ fueron valores próximos a cero. En las figuras 4 y 5 no se observa una tendencia clara del comportamiento de la variancia del ICA en relación al DAP, ni en relación al índice de competencia $B(x)$, respectivamente. El ajuste de ecuaciones para la estimación de esta variable no es imprescindible puesto que la ecuación *forward* de Kolmogorov, sin el término correspondiente a la segunda derivada de la variancia del ICA se transforma en la ecuación de continuidad de la hidrodinámica, ya utilizada para la simulación de la dinámica de rodales en bosques secundarios por Nagano en 1978 (*op. cit.* Kohyama, 1991). Esta ecuación transformada es la siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial t} f(x) = \frac{\partial}{\partial x} [G(x) f(x)] - M(x) f(x)$$

Figura 2

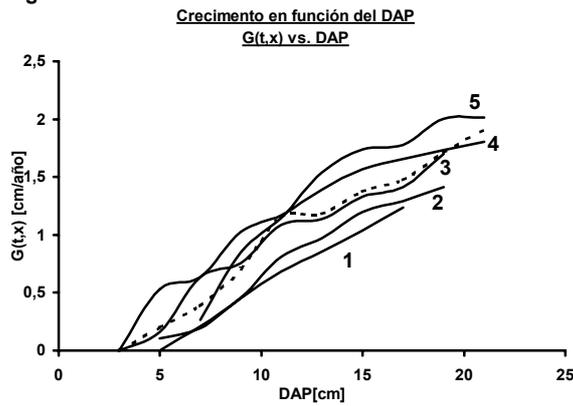


Figura 3

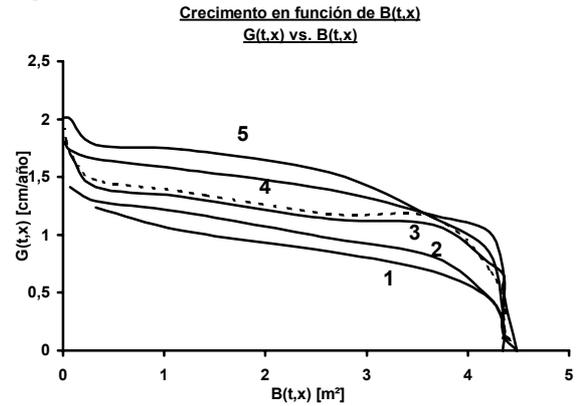


Figura 4

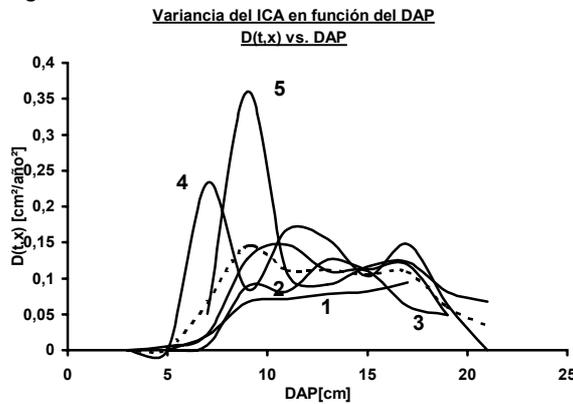


Figura 5

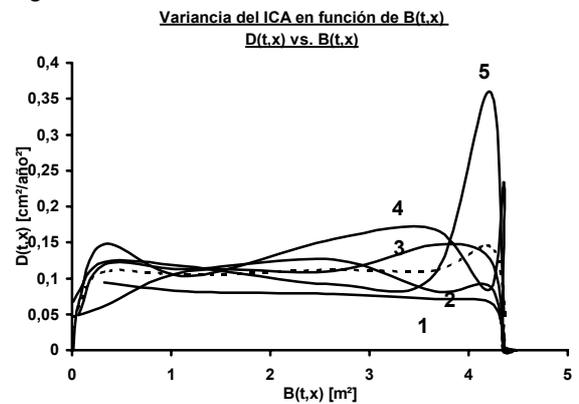


Figura 6

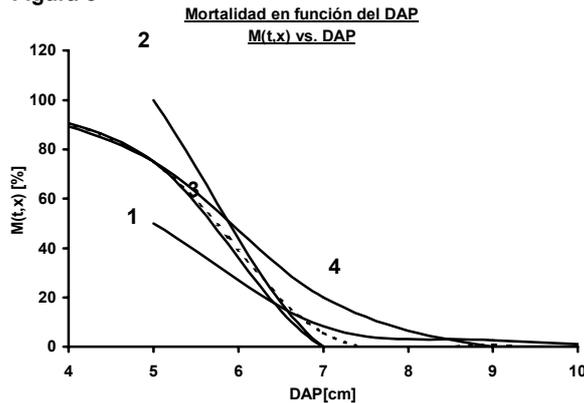
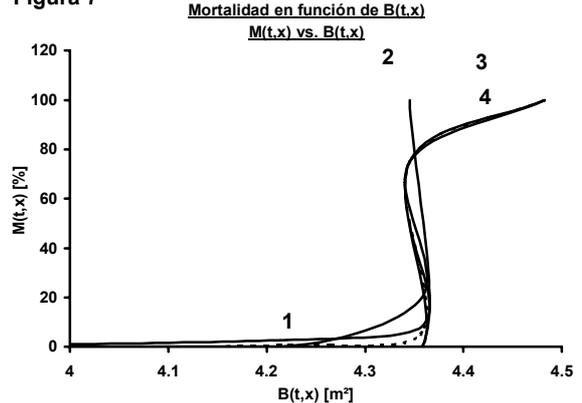


Figura 7



La variable mortalidad por clase diamétrica disminuye con el aumento del DAP, tendiendo siempre a cero (Figura 6), y aumenta bruscamente cuando el índice $B(x)$ alcanza valores próximos a $4,35 \text{ m}^2$ ($10 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$) para los tratamientos 1 a 4 (Figura 7). En la Tabla 3 la mortalidad muestra valores de los coeficientes de correlación variados. Las correlaciones son

significativas ($\alpha < 0,05$) entre la mortalidad y la variable DAP, para los tratamientos 3 y 4, y entre la mortalidad y la variable transformada $\log(\text{DAP})$ para los tratamientos 1, 3 y 4. En el tratamiento 2 la mortalidad no presentó ninguna correlación significativa, y en el tratamiento 5 no se observan casos de mortalidad. La selección de la ecuación de mortalidad apropiada está condicionada por los resultados obtenidos en el análisis de correlación. No existe aún, en el noveno año de los rodales, una tendencia clara del comportamiento de la mortalidad en función del espaciamiento de los tratamientos. Esto puede ser parcialmente explicado considerando la joven edad de los rodales analizados. Por los motivos expuestos, se consideró un modelo global de mortalidad para todos los tratamientos, coherente con el comportamiento exponencial negativo observado entre la mortalidad y la variable DAP (Figura 6).

La ecuación de crecimiento seleccionada para los cinco tratamientos fue la ecuación de Korf (Zeide, 1993). La ecuación de mortalidad seleccionada fue la exponencial. Los estadísticos y los parámetros de las ecuaciones de crecimiento y de la ecuación global de mortalidad se presentan en la Tabla 4.

Tabla 4. Estadísticos y parámetros de las ecuaciones de crecimiento y mortalidad.

Tratamiento	N	R ²		F	Parámetros y sus significaciones (test "t" de Student)					
		ajustado	Error		a	t	b	t	c	t
1	7	0,99	0,0254	1393	853,976199	1,00	23,177262	6,76	0,564306	4,75
2	8	0,99	0,0308	1715	135,479581	3,40	39,4505922	4,61	0,93998525	8,58
3	9	0,97	0,0833	360,1	947,915921	0,67	17,5638675	6,40	0,48996712	2,93
4	10	0,98	0,0671	945,2	1034,54476	1,25	15,6302514	13,49	0,45748009	5,25
5	8	0,98	0,0656	1034	170,530077	3,31	38,3645278	3,72	0,95410125	7,30
Mortalidad	9	0,85	0,5331	40,3	2,35438	4,23	-0,615297	-6,35	-	-

En las Figuras 8 a 12 se presentan las frecuencias diamétricas observadas en 1993 y 1996, y simuladas con procesos de difusión para 1999, para los cinco tratamientos. Los datos correspondientes constan en el anexo.

Los resultados de las simulaciones obtenidas con procesos de difusión son coherentes en lo que se refiere a la evolución de las frecuencias diamétricas. En general, las figuras 8 a 12 muestran un comportamiento armónico propio de un proceso biológico, donde las medidas de posición (media, moda) aumentan con el tiempo, junto con el aumento de las medidas de dispersión.

La mortalidad, que puede ser considerada como un evento raro y episódico en rodales comerciales, se ha manifestado de forma extremadamente sutil en las simulaciones realizadas. El modelo exponencial ajustado prácticamente no acusó mortalidad en ninguno de los tratamientos. En la Figura 6 puede observarse la brusca caída que experimenta la variable mortalidad $M(x)$ en función del DAP, anulándose prácticamente a partir de la clase de 9 cm de DAP. Las simulaciones realizadas para el año 1999 prácticamente no presentaron mortalidad, lo cual sugiere que la densidad total de los rodales permanecerá invariable entre el 9^o y 12^o años.

Los modelos de crecimiento y producción que se basan en la técnica denominada procesos de difusión fueron utilizados para monocultivos de plantas herbáceas de pequeño porte (Hara, 1984a, b) y para comunidades arbóreas en selvas lluviosas complejas (Kohyama, 1989, 1991 y 1992). Ambos autores demostraron la potencialidad y aplicabilidad de la técnica con éxito. No existen antecedentes del ajuste de este tipo de modelos de crecimiento para plantaciones forestales, ni mucho menos para el caso de plantaciones jóvenes de pinos. La presente investigación confirma la aplicabilidad de los procesos de difusión, como así también su simplicidad, para simular la dinámica de este tipo de rodales.

Un aspecto innovador de esta investigación fue la utilización de funciones biológicas de crecimiento considerando al DAP como variable independiente, en sustitución de la variable edad (tiempo), permitiendo de esta manera su utilización aún cuando la edad del rodal es desconocida. Además, este trabajo presenta las rutinas de programación que permiten al usuario hacer uso del modelo, adaptándola a los bosques de su interés.

Figura 8

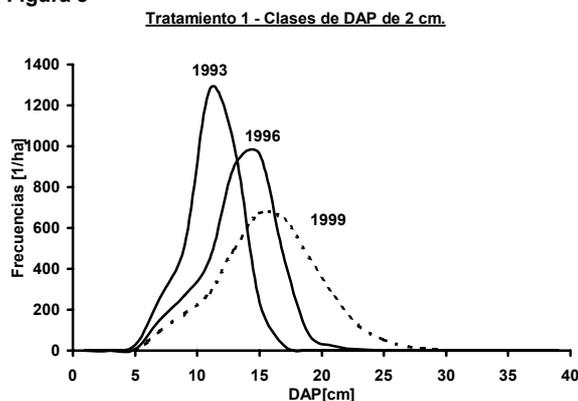


Figura 9

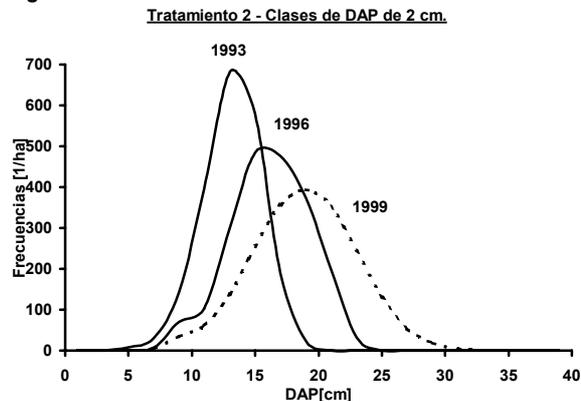


Figura 10

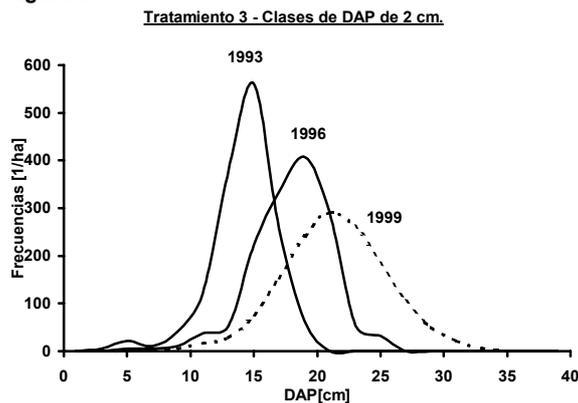


Figura 11

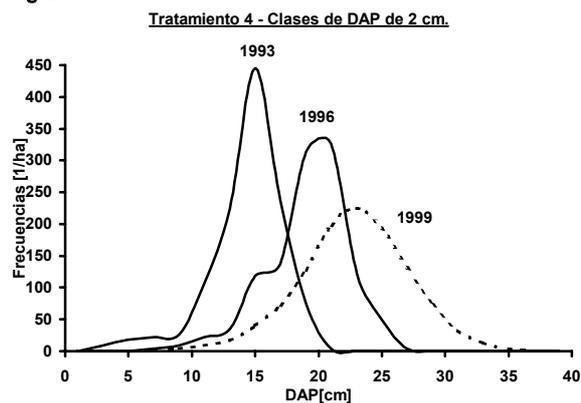
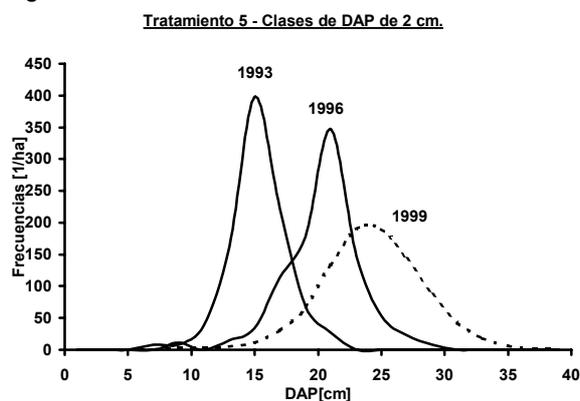


Figura 12



5. CONCLUSIONES

La construcción de las ecuaciones de difusión (Kolmogorov *forward equation*), a pesar de exigir estimaciones estadísticas previas para obtener las variables crecimiento relativo $G(x)$, variancia del crecimiento relativo $D(x)$ y mortalidad $M(x)$, en función de variables de estado como la edad (t), el diámetro (DAP), y algún índice de competencia como $B(x)$, entre otras, no presentó mayores dificultades al ser implementada para rodales jóvenes, coetáneos y homogéneos de *Pinus taeda*. La simulación con procesos de difusión generó distribuciones diamétricas armónicas y coherentes, propias de los procesos biológicos.

Para el caso de la evaluación y la simulación precoces del crecimiento, que se trataron en el presente estudio, un factor destacable de la simulación con procesos de difusión es la utilización de técnicas de regresión. Estas técnicas, lineales o no-lineales, amortiguan algunas pequeñas discrepancias debidas a la edad de los rodales y al tamaño pequeño de las muestras.

Finalmente, es necesario recomendar que estos estudios comiencen a ser realizados con datos provenientes de muestras de rodales no experimentales, para contrastar sus resultados con aquéllos obtenidos a partir de los ensayos. La calibración y retroalimentación constantes con datos provenientes de plantaciones comerciales es requisito fundamental de cualquier modelo de simulación forestal.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer de modo muy especial a la empresa Pisa Florestal por haber facilitado gentilmente los datos utilizados en el presente trabajo, y a las personas Jefferson Wendling, Zenóbio A. G. P. da Gama e Silva, Ruth Loch; Eduardo Coutinho da Cruz y Alexandra C. P. S. Barcoszeck.

REFERENCIAS

- Alder, D. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con especial referencia a los trópicos. Tomo II: Predicción del rendimiento. FAO 22/2. Roma. 118 p.
- Chow, V. T., D. R. Maidment and L. W. Mays. 1988. Applied Hydrology. McGraw-Hill. New York. 572p.
- Clutter, J. L., J. C. Fortson, L. V. Pienaar, G. H. Brister and R. L. Bailey 1983. Timber Management: A quantitative approach. John Wiley & Sons, New York. 333p.
- Daniel, P. W., U. E. Helms y F. S. Baker 1982. Principios de Silvicultura. McGraw-Hill, México. 492 p.
- Davis, L. S. and K. N. Johnson. 1987. Forest Management. McGraw-Hill. New York. 790 p.
- Gomes, F. S., R. Maestri, e C. R. Sanquetta. 1997. Avaliação da produção em volume total e sortimento em povoamentos de *Pinus taeda* L. submetidos a diferentes condições de espaçamento inicial e sitio. *Ciência Florestal* 7(1):101-126.
- Hara, T. 1984 (a). A stochastic model and the moment dynamics of the growth and size distribution in plant populations. *J. Theor. Biol.* 109: 173-190.
- Hara, T. 1984 (b). Dynamics of stand structure in plan monocultures. *J. Theor. Biol.* 110: 223-239.
- Kohyama, T. 1989. Simulation of the structural development of warm-temperate rain forests stands. *Annals of Botany* 63: 625-634.
- Kohyama, T. 1991. Simulating stationary size distribution of trees in rain forests. *Annals of Botany* 68, 173-180.
- Kohyama, T. 1992. Density-size dynamics of trees simulated by a one-sided competition multi-species model of rain forest stands. *Annals of Botany* 70: 451-460.
- Moser, J. W. and T. W. Beers 1969. Parameter estimation in nonlinear volume equations. *Journal of Forestry* 67(12): 878-79.

- Sanquetta, C. R. 1996. Fundamentos biométricos dos modelos de simulação florestal. FUPEF - Série didática N° 08. Curitiba (PR), Brasil.
- Spurr, S. H. 1952. Forest Inventory. Ronald Press, New York. 476 p.
- Zeide, B. 1993. Analysis of growth equations. For. Sci. 39(3): 594-616.

ANEXO

Frecuencias observadas (1993, 1996) y simuladas (1999) con procesos de difusión.

Clase	DAP central [cm]	Frecuencias [individuos ha ⁻¹]														
		Tratamiento 1			Tratamiento 2			Tratamiento 3			Tratamiento 4			Tratamiento 5		
		1993	1996	1999	1993	1996	1999	1993	1996	1999	1993	1996	1999	1993	1996	1999
1	1	0	0	0,0	0	0	0,0	0	0	0,0	0	0	0,0	0	0	0,0
2	3	0	0	0,0	0	0	0,0	5	0	0,0	9	0	0,0	0	0	0,0
3	5	28	7	4,7	8	0	0,0	21	5	2,5	18	0	0,0	0	0	0,0
4	7	256	150	93,7	32	8	4,7	11	5	3,8	22	4	1,4	8	0	0,0
5	9	520	271	179,9	143	71	34,8	42	11	6,2	26	9	4,0	8	11	3,3
6	11	1282	449	284,6	397	103	60,8	122	37	15,7	106	22	9,1	38	0	3,4
7	13	997	905	499,3	683	302	136,9	381	53	28,2	225	35	16,8	163	15	4,9
8	15	235	962	672,2	579	484	255,3	561	222	75,8	445	119	39,8	398	34	10,6
9	17	21	442	639,6	190	476	356,0	259	333	154,1	238	137	71,8	223	114	29,7
10	19	0	78	453,9	24	373	393,9	63	407	240,9	75	313	128,4	68	178	66,8
11	21	0	21	257,9	0	198	351,5	0	291	290,5	4	326	197,8	27	348	134,1
12	23	0	7	124,2	0	32	244,1	0	53	261,1	0	123	224,8	0	148	189,9
13	25	0	0	52,5	0	0	130,5	0	32	183,5	0	49	193,1	0	53	189,9
14	27	0	0	19,9	0	0	54,3	0	0	105,2	0	4	130,7	0	23	143,1
15	29	0	0	6,8	0	0	18,0	0	0	50,5	0	0	71,9	0	8	86,3
16	31	0	0	2,1	0	0	4,8	0	0	20,7	0	0	32,8	0	0	43,1
17	33	0	0	0,6	0	0	1,1	0	0	7,3	0	0	12,7	0	0	18,1
18	35	0	0	0,2	0	0	0,2	0	0	2,2	0	0	4,2	0	0	6,4
19	37	0	0	0,0	0	0	0,0	0	0	0,6	0	0	1,2	0	0	1,9
20	39	0	0	0,0	0	0	0,0	0	0	0,1	0	0	0,3	0	0	0,5
TOTAL		3339	3292	3292,0	2056	2047	2047,0	1465	1449	1449,0	1168	1141	1140,9	933	932	931,9

Nota del Comité Editor: Los autores también presentan una “Rutina programada en MATLAB para simulación con proceso de difusión”, que no se publica por razones de espacio.

