

TABLA DE VOLUMEN COMERCIAL PARA *Eucalyptus pellita* UTILIZANDO EL MÉTODO DE LA RAZÓN VOLUMÉTRICA

Merchantable volume table for Eucalyptus pellita using the volumetric ratio method

Marta Pece de Ríos

RESUMEN	ABSTRACT
<p>Se probaron cuatro modelos de razón volumétrica para estimar el volumen comercial con corteza para celulosa de <i>Eucalyptus pellita</i>. Se seleccionó el modelo exponencial de Parresol. Para la estimación de volumen total se utilizó el modelo de Schumacher y Hall, ya que el volumen comercial se obtiene como el producto del volumen total por la razón volumétrica.</p> <p>Palabras clave: <i>Eucalyptus pellita</i>, razón volumétrica, volumen comercial.</p>	<p>Four volume-ratio models were teste to predict merchantable volume o.b. for <i>Eucalyptus pellita</i> pulpwood. The exponential model of Parresol was selected. Total volume was estimated with the equation by Schumacher and Hall while the merchantable volume was calculated by multiplying the estimated ratio times the total volume.</p> <p>Key Words: <i>Eucalyptus pellita</i>, volume-ratio, merchantable volume.</p>

1. INTRODUCCIÓN

Los productores generalmente están preocupados por conocer cuál es el volumen maderable de sus plantaciones y para poder estimarlo, necesitan de tablas de volumen para la especie, o bien contar con datos de diámetros, alturas y volumen para poder construir las, ajustando los datos a modelos volumétricos conocidos. Pero su preocupación es mayor cuando se trata de la estimación del volumen comercial, que puede definirse como el volumen de fuste comprendido entre la altura del tocón y un diámetro mínimo definido según el destino del mismo (laminado, pasta, aserrado, etc.).

La metodología usual para lograr estimaciones de volumen comercial se ha caracterizado por la obtención de ecuaciones de volumen para cada diámetro superior límite en función del diámetro a 1,30m. y la altura total o bien mediante el empleo de ecuaciones "taper".

Las ecuaciones de volumen obtenidas para diferentes diámetros superiores, cuando se ajustan en forma independiente, presentan algunas veces características indeseables que consisten en estimaciones ilógicas de volumen dentro de la amplitud de datos observados. O sea, que para un determinado diámetro a la altura de pecho, y una determinada altura, el volumen comercial hasta un diámetro límite de 8 cm., puede ser mayor que el volumen comercial correspondiente hasta un diámetro límite de 4 cm.

Estudios recientes han intentado establecer una relación matemática entre las variables Dap (diámetro a 1,30m), altura total, diámetro límite superior, altura desde el diámetro límite superior hasta el ápice, volumen total, volumen comercial correspondiente. De esta manera se podría estimar directamente el volumen comercial, estableciendo factores de conversión que transformen el volumen total estimado en volumen comercial. Honer (1967), más recientemente Burkhart (1977) y Parresol citado por Lorhey (1984) han desarrollado modelos que permiten la estimación directa del volumen comercial (hasta cualquier diámetro límite superior) multiplicando el volumen total por una razón volumétrica obtenida como función del diámetro límite superior y Dap. El objetivo de éste trabajo es proporcionar estimaciones de volumen en m³ para un diámetro límite de 8 cm. para celulosa, a la vez de asegurar que los volúmenes estimados estén lógicamente relacionados, utilizando para ello el método de la razón volumétrica.

2.-MATERIALES Y MÉTODOS

El trabajo se llevó a cabo con datos proveniente de plantaciones de *Eucaliptus pellita*, con espaciamiento inicial de 3 x 1,5 m., pertenecientes a la empresa C.A.F. Forestal Ltda. y situadas en el Horto Ponte Alta, del Municipio de Dionisio, Estado de Minas Gerais (Brasil). Los datos corresponden a 107 árboles apeados, con el propósito de efectuar una cubicación rigurosa. En cada árbol se midieron los diámetro con y sin corteza cada metro, a partir de 0,30m del suelo, hasta un diámetro con corteza de 4 cm., se midió además la longitud hasta el ápice.

El volumen total se obtuvo aplicando la fórmula de Smalian hasta los 4 cm., sumándole luego el volumen de la última troza, considerada como un cono.

El volumen comercial fue calculado con Smalian hasta la última troza utilizable para celulosa. Estas trozas son de 1 m. de largo y deben tener en su extremo más delgado como mínimo 8 cm. de diámetro sin corteza. El diámetro con corteza de dicho extremo fue anotado y simbolizado como "dcel".

La distribución de frecuencias de los árboles seleccionados por clase de diámetro y altura figuran en la Tabla 1. Se procuró observar una frecuencia más o menos regular por clase de diámetro para garantizar una mayor eficiencia en las estimaciones.

Para estimar el volumen total, se empleó el modelo de Schumacher y Hall en su forma logarítmica:

$$\ln(V) = \ln(\beta_0) + \beta_1 \ln(Dap) + \beta_2 \ln(H) + \varepsilon_i \quad (1)$$

donde:

V = Volumen total con corteza en m³

Dap = Diámetro con corteza a 1.30m

H = Altura total en m

Ln = Logaritmo neperiano

β_i = Parámetros a ser estimados

ε_i = Error aleatorio.

Quebracho

Este modelo se eligió por los resultados siempre favorables, cuando fue utilizado para estimación de volumen total para eucaliptos (Paula Neto, 1977; Trevizol Junior, 1985; Leite, 1990 entre otros). Se utilizó el software estadístico BMDP programa 1R, para ajustar los datos de volumen mediante la técnica de mínimos cuadrados lineales.

Tabla 1. Distribución de frecuencias de 107 árboles muestra de *Eucaliptus pellita*, utilizados para cubicación rigurosa

Dap (cm)	Centro de clases de altura (m)										Total
	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	
4.0 - 5.9	2	3	4								9
6.0 - 7.9			3	8	2						13
8.0 - 9.9				8	4						12
10.0 - 11.9				2	2	7	1				12
12.0 - 13.9					1	3	6				10
14.0 - 15.9						1	10	2			13
16.0 - 17.9							6	4			10
18.0 - 19.9							4	4			8
20.0 - 21.9							1	8	1	1	11
22.0 - 23.9							1	1	3		5
24.0 - 25.9								1	2		3
26.0 - 27.9									1		1
Total	2	3	7	18	9	11	29	20	7	1	107

La ventaja de la aplicación de las fórmulas volumétricas con transformaciones logarítmicas, es que la posible heterogeneidad de las variancias de los errores es en gran medida disminuida, aunque esa transformación pueda ocasionar errores sistemáticos; sin embargo estos errores pueden ser corregidos multiplicando los volúmenes estimados por el factor de corrección deducido por Meyer, 1938 (Hosokawa y Souza, 1989).

$$F_c = \exp(0,5 \times S^2)$$

donde:

F_c = Factor de corrección de discrepancia logarítmica

S^2 = Cuadrado medio de los residuos de la ecuación logarítmica

En el cálculo del volumen tanto total como comercial no se consideró el volumen del tocón. La razón volumétrica "Ra", se calculó como el cociente entre el volumen comercial con corteza y el volumen total con corteza., ajustándose la misma a los modelos propuestos por Honer (1967), Burkhart (1977) y Parresol citado por Lorhey (1984).

Octubre 1994

$$Ra = \beta_0 + \beta_1(dcel/Dap) + \beta_2(dcel/Dap)^2 + \varepsilon_i \quad (2) \text{ Honer}$$

$$Ra = \beta_0 + \beta_1(dcel/Dap)^2 + \beta_2(dcel/Dap)^4 + \varepsilon_i \quad (3) \text{ Honer}$$

$$Ra = 1 + \beta_0 \times \frac{dcel^{\beta_1}}{Dap^{\beta_2}} + \varepsilon_i \quad (4) \text{ Burkhardt}$$

$$Ra = \exp\left(\beta_0 \times \frac{dcel^{\beta_1}}{Dap^{\beta_2}}\right) + \varepsilon_i \quad (5) \text{ Parresol}$$

donde:

Ra = Volumen comercial con corteza / Volumen total con corteza

dcel = Diámetro límite superior para celulosa

Dap = Diámetro con corteza a 1,30 m

\mathbf{b}_i = Parámetros a ser estimados

\mathbf{e}_i = Error aleatorio.

Los modelos (2 y 3) de Honer, son polinomios de grado 2 y 4 respectivamente establecidos entre la razón volumétrica y la variable (dcel/Dap). Las ecuaciones obtenidas con éstos modelos deben ser analizadas adecuadamente para evitar la presencia de máximos o mínimos dentro del rango observado.

El modelo (4) no lineal de Burkhardt (1977) fue empleado en rodales naturales de coníferas y en plantaciones de *Pinus taeda*; en él, el coeficiente \mathbf{b}_0 es siempre menor que cero, permitiendo así que se cumpla con la restricción de que la razón volumétrica (Ra) sea siempre menor o igual a uno y que tienda a uno cuando el diámetro límite superior tienda a cero. El modelo es de forma simple de fácil aplicación e intervienen solamente tres parámetros.

El modelo (5) no lineal de Parresol, es un modelo exponencial, con tres parámetros fáciles de estimar y de sencilla aplicación.

La estimación de los parámetros fue obtenida utilizando la técnica de mínimos cuadrados lineales y no lineales con la ayuda del software estadístico SAS. Obtenidas las ecuaciones para estimar el volumen total con corteza y para estimar la razón volumétrica con corteza, las estimaciones del volumen comercial para celulosa se obtuvieron mediante el producto de ambas.

Los modelos se evaluaron mediante el valor de R^2 corregido por los grados de libertad; el análisis gráfico de los residuos, media de las diferencias en valor absoluta existente entre los valores observados y los valores estimados con el modelo, la raíz cuadrada del error medio, coeficiente de variabilidad y correlación entre los valores observados y estimados.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las estimaciones de los parámetros del ajuste al modelo de Schumacher y Hall como así también las estadísticas obtenidas pueden verse en la Tabla 2.

Tabla 2. Modelo y ecuación de volumen y sus respectivas estadísticas

Modelo	$Ln(V) = Ln(\beta_0) + \beta_1 Ln(Dap) + \beta_2 Ln(H) + \epsilon_i$				
Ecuación	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	R ² (%)	S _{y,x}
	-9,76977	1,87784	0,93871	99,7	0,01438

Los residuos no mostraron tendenciosidad y los valores altos de R² indican un buen ajuste, los valores de R² y los de S_{y,x} fueron calculados en los valores originales. A partir de esta ecuación, se obtuvo la Tabla 5 de volumen total con corteza según diámetro a altura de pecho (Dap) y altura total (H), que figura en el anexo.

Para el ajuste a los modelos de razón volumétrica, se trabajó con datos provenientes de 85 árboles, ya que de los 107 se consideraron aquellos con Dap mayor de 8 cm., para que tuvieran como mínimo una troza de 1 m. Los modelos usados, las ecuaciones obtenidas y sus respectivas estadísticas figuran en el Tabla 3.

Tabla 3. Modelos y ecuaciones de razones volumétricas con corteza y sus respectivas estadísticas con base en 85 observaciones

Modelos						
Honer (2)	$Ra = \beta_0 + \beta_1(dcel / Dap) + \beta_2(dcel / Dap)^2 + \epsilon_i$					
Honer (3)	$Ra = \beta_0 + \beta_1(dcel / Dap)^2 + \beta_2(dcel / Dap)^4 + \epsilon_i$					
Burkhardt (4)	$Ra = 1 + \beta_0 \frac{dcel^{\beta_1}}{Dap^{\beta_2}} + \epsilon_i$					
Parresol (5)	$Ra = \exp(\beta_0 \frac{dcel^{\beta_1}}{Dap^{\beta_2}}) + \epsilon_i$					
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_3$	R ² (%)	S _{y,x}	C.V. (%)
(2)	0,79587	1,15022	-1,8218	95,62	0,02452	2,81
(3)	1,02144	-0,2393	-0,7949	95,34	0,0253	2,9
(4)	-3,94899	2,6692	3,2129	98,28	0,02507	2,87
(5)	-2,94539	3,68621	4,02413	98,28	0,02478	2,8

Ra = volumen comercial para celulosa con corteza/volumen total con corteza
dcel = diámetro para celulosa con corteza (8 cm. sin corteza como mínimo en la parte superior o extremo más delgado de la última troza aprovechable para celulosa)

$\hat{\beta}_i$ = Estimadores de los parámetros de b_i

Dap = Diámetro con corteza a 1,30 m.

b_i = Parámetros a ser estimados;

R² = Coeficiente de determinación ajustado;

$S_{y,x}$ = Error estándar de los residuos de la regresión;

C.V. = Coeficiente de variabilidad.

Por las estadísticas y el análisis gráfico de residuos se optó por el modelo exponencial de Parresol. Los residuos no manifiestan tendenciosidad como puede observarse en la Figura 1, lo que se corrobora al agrupar los residuos por clase de diámetro (Tabla 4)

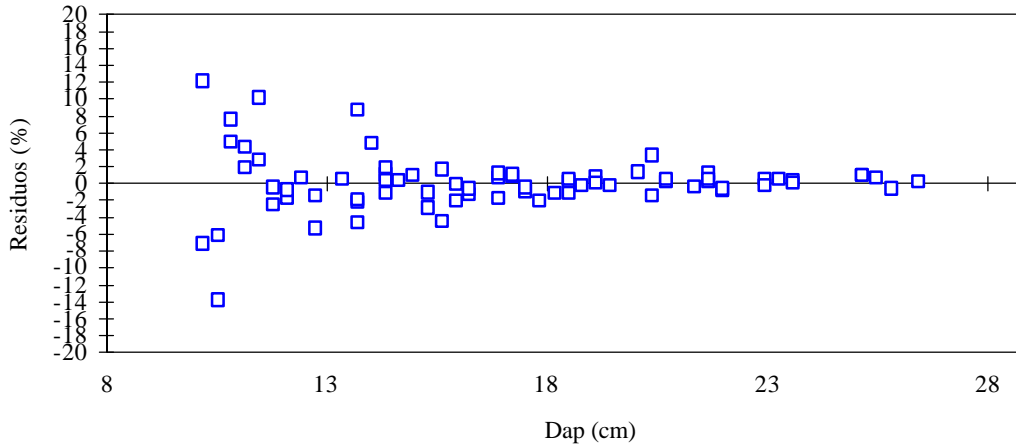


Figura 1. Residuos porcentuales de la razón volumétrica obtenida con el modelo de Parresol

Tabla 4. Valores promedios de los residuos por clases de diámetro

Clases de Diámetro (cm)	Residuo medio	Número de árboles
5 - 10	-0.021910	11
10 - 15	0.063352	29
15 - 20	-0.114320	24
20 - 25	0.060472	16
25 - 30	0.024592	5

La representación gráfica del modelo de razón volumétrica seleccionado según Dap. se muestra en la Figura 2. A medida que el diámetro aumenta, la razón crece rápidamente en las clases menores, notándose una tendencia a estabilizarse a partir de los 25 cm. de Dap. Así el porcentaje de volumen para celulosa tiende a ser constante para árboles de grandes dimensiones.

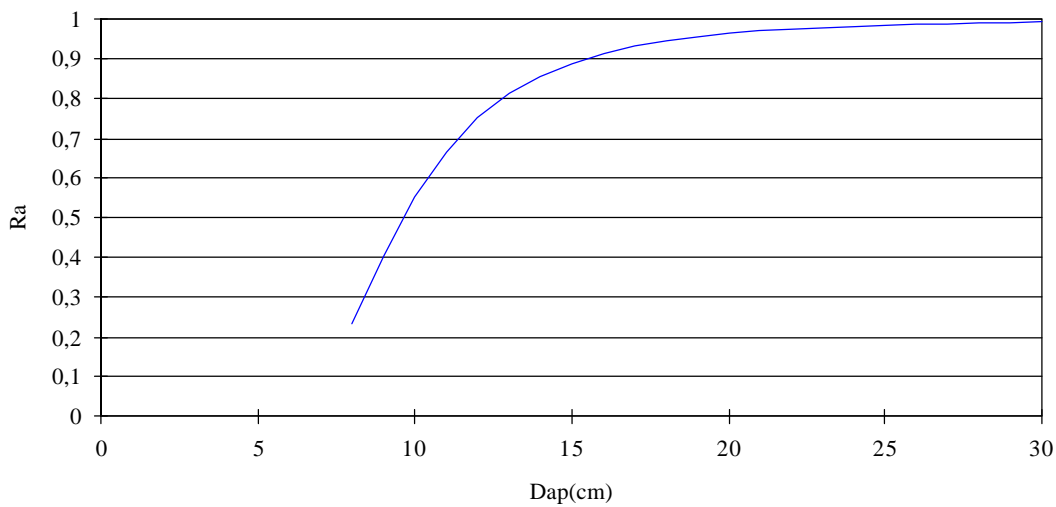


Figura 2. Relación entre la razón volumétrica (Ra) y el diámetro a la altura de pecho (DAP)

Como el diámetro superior para celulosa fue fijado en 8 cm. sin corteza, el volumen para celulosa se obtiene como el producto del volumen total para energía obtenido con la ecuación de volumen 1 por el factor de corrección (razón volumétrica) estimado por la ecuación 5 (Tabla 3), según se detalla a continuación:

$$V_{ccc} = \exp(\ln(v)) \times \exp(0,5 \times S^2) \times \exp\left(-2,94539 \times \frac{8^{3,68205}}{Dap^{4,02413}}\right) \quad (6)$$

donde:

V_{ccc} = Estimación de los volúmenes de madera para celulosa con corteza en m^3
 $\exp(\ln(V)) \times \exp(0,5 \times S^2)$ = Estimación del volumen total con corteza en m^3

Con la ecuación 6, se obtienen los volúmenes con corteza para celulosa (Tabla 5). Una comprobación de la precisión obtenida con el método de la razón volumétrica para la obtención del volumen comercial, puede observarse en la Figura 3, donde se plotearon los valores de volumen comercial observados y calculados empleado el método de la razón volumétrica. Se manifiesta una tendencia lineal, formando un ángulo de 45° a partir del origen, mostrando que no hay tendenciosidad.

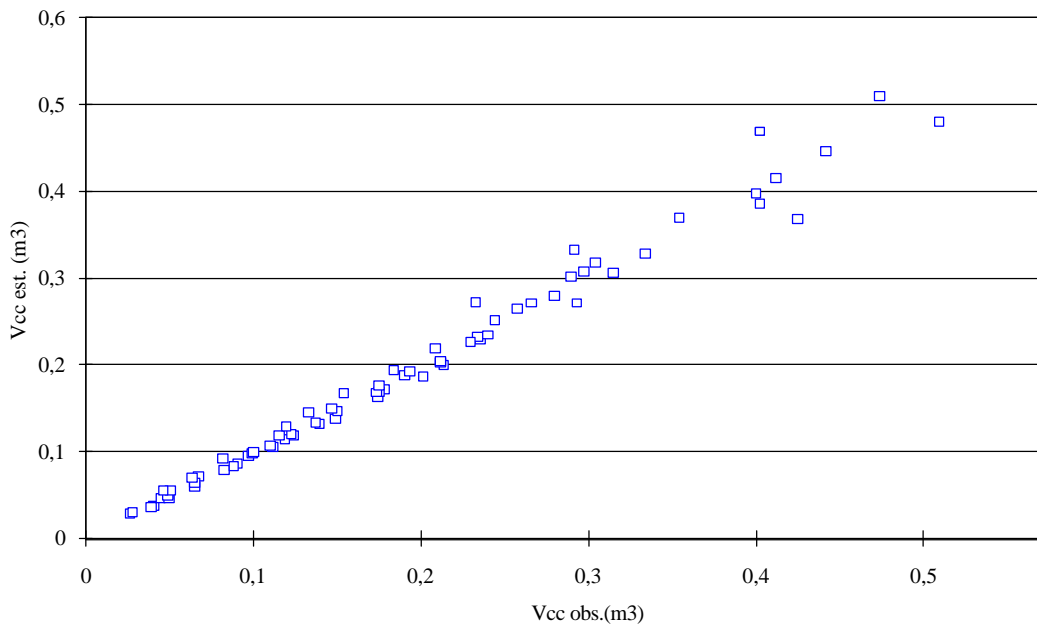


Figura 3. Relación entre volumen comercial para celulosa con corteza observados y estimados.

Por diferencia entre el volumen total y volumen para celulosa, se puede obtener el volumen para energía, con lo que se posibilita una presentación de la tabla de volumen más completa, donde se incluya el volumen total, volumen comercial, y volumen para energía para cualquier combinación altura total, diámetro a la altura del pecho (Tabla 5)

.4. CONCLUSIONES

1. El método de la razón volumétrica que relaciona el volumen parcial del tronco con su volumen total, proporciona estimaciones consistentes y relaciones lógicas entre el volumen de madera para celulosa y para energía con el volumen total del tronco, o con cualquier otro volumen comercial considerado.
2. Los modelos de razones volumétricas son fáciles de ajustar y de utilizar, ya que son sencillos y de pocos parámetros.
3. Los valores altos de R^2 y la homogeneidad observada en los residuos, hace posible la utilización de las tablas obtenidas en el Horto Ponte Alta del Municipio de Dionisio, en plantaciones de *Eucalyptus pellita* a un distanciamiento de 3 x 1,5 m., o en zonas de similares características, previa corroboración de las mismas.
4. El valor de la Razón volumétrica tiende a estabilizarse a partir de los 25 cm. de Dap.

TABLA 7. Volumen total con corteza (m³), Volumen comercial con corteza (m³) y Volumen para energía con corteza en m³ para *E. pellita*, espaciamiento 3 x 1.5m.

Dap (cm.)	Centro de clases de altura (m.)										
	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27
8	0,01768	0,02238	0,02702	0,03161	0,03616	0,04066	0,04514	0,04958	0,05400	0,05840	0,06278
	0,00300	0,00520	0,00628	0,00735	0,00841	0,00946	0,01050	0,01153	0,01256	0,01358	0,01460
	0,01468	0,01718	0,02074	0,02426	0,02775	0,03121	0,03464	0,03805	0,04145	0,04482	0,04818
10	0,02688	0,03403	0,04109	0,04806	0,05497	0,06183	0,06863	0,07539	0,08211	0,08880	0,09545
	0,01082	0,01878	0,02268	0,02653	0,03034	0,03413	0,03788	0,04161	0,04532	0,04901	0,05268
	0,01606	0,01525	0,01841	0,02153	0,02463	0,02770	0,03075	0,03378	0,03679	0,03979	0,04277
12	0,03786	0,04793	0,05786	0,06769	0,07742	0,08707	0,09665	0,10617	0,11564	0,12505	0,13442
	0,02075	0,03603	0,04350	0,05088	0,05820	0,06546	0,07266	0,07982	0,08693	0,09401	0,10105
	0,01710	0,01190	0,01436	0,01680	0,01922	0,02161	0,02399	0,02636	0,02871	0,03104	0,03337
14	0,05056	0,06402	0,07729	0,09041	0,10341	0,11630	0,12910	0,14182	0,15446	0,16704	0,17955
	0,03163	0,05491	0,06629	0,07755	0,08870	0,09976	0,11074	0,12164	0,13249	0,14327	0,15401
	0,01894	0,00911	0,01099	0,01286	0,01471	0,01654	0,01836	0,02017	0,02197	0,02376	0,02554
16	0,06498	0,08226	0,09931	0,11618	0,13288	0,14945	0,16589	0,18223	0,19848	0,21464	0,23072
	0,04332	0,07521	0,09080	0,10621	0,12148	0,13663	0,15167	0,16661	0,18146	0,19623	0,21093
	0,02166	0,00705	0,00852	0,00996	0,01140	0,01282	0,01423	0,01563	0,01702	0,01841	0,01979
18	0,08106	0,10263	0,12390	0,14493	0,16577	0,18644	0,20696	0,22734	0,24761	0,26777	0,28783
	0,05590	0,09706	0,11717	0,13707	0,15677	0,17632	0,19572	0,21500	0,23417	0,25324	0,27221
	0,02516	0,00557	0,00673	0,00787	0,00900	0,01012	0,01123	0,01234	0,01344	0,01454	0,01562
20	0,09879	0,12508	0,15101	0,17664	0,20204	0,22723	0,25224	0,27708	0,30178	0,32635	0,35080
	0,06945	0,12059	0,14559	0,17031	0,19479	0,21908	0,24319	0,26714	0,29096	0,31465	0,33822
	0,02934	0,00449	0,00542	0,00634	0,00725	0,00815	0,00905	0,00994	0,01082	0,01171	0,01258
	0,11816	0,14959	0,18060	0,21126	0,24164	0,27176	0,30167	0,33139	0,36093	0,39032	0,41956

22	0,08404	0,14592	0,17616	0,20607	0,23570	0,26508	0,29426	0,32324	0,35206	0,38072	0,40924
	0,03412	0,00368	0,00444	0,00519	0,00594	0,00668	0,00742	0,00815	0,00887	0,00960	0,01031
24	0,13913	0,17615	0,21266	0,24876	0,28453	0,32000	0,35522	0,39021	0,42500	0,45960	0,49403
	0,09969	0,17308	0,20896	0,24444	0,27958	0,31444	0,34904	0,38343	0,41761	0,45161	0,48544
	0,03944	0,00306	0,00370	0,00432	0,00495	0,00556	0,00618	0,00678	0,00739	0,00799	0,00859
26	0,16170	0,20472	0,24715	0,28911	0,33068	0,37190	0,41283	0,45350	0,49393	0,53414	0,57416
	0,11641	0,20213	0,24403	0,28546	0,32650	0,36721	0,40762	0,44777	0,48769	0,52740	0,56691
	0,04528	0,00259	0,00312	0,00365	0,00418	0,00470	0,00521	0,00573	0,00624	0,00675	0,00725
28	0,18584	0,23528	0,28405	0,33228	0,38005	0,42743	0,47447	0,52121	0,56768	0,61389	0,65989
	0,13424	0,23307	0,28139	0,32916	0,37648	0,42342	0,47002	0,51632	0,56235	0,60813	0,65369
	0,05160	0,00221	0,00267	0,00312	0,00357	0,00401	0,00445	0,00489	0,00533	0,00576	0,00619
30	0,21154	0,26783	0,32334	0,37824	0,43262	0,48656	0,54011	0,59331	0,64620	0,69881	0,75116
	0,15315	0,26592	0,32104	0,37555	0,42954	0,48309	0,53626	0,58908	0,64160	0,69384	0,74582
	0,05839	0,00191	0,00230	0,00269	0,00308	0,00346	0,00385	0,00422	0,00460	0,00498	0,00535

Volumenes estimados dentro de los rangos de Dap y Altura total observados

5. BIBLIOGRAFÍA

- Burkhart, H. E. 1977. Cubic-foot volume of loblolly pine to any merchantable top limit. Southern Journal of Applied Forestry, 1(2):7-9.
- Honer, T.G. 1967. Standar volume tables and merchantable conversion factors for the comercial tree species of central and eastern Canada. Ontario, Forest Management Research and Service Institute, 162p. (information report FMR-X-5.)
- Hosokawa, R.T.; Souza, A.L. 1989. Aplicações de relações hipsométricas e equações de volume em manejo; curso de manejo florestal. Brasilia, ABEAS, 43p.
- Leite, H.G. 1990. Ajuste de um modelo de estimação de frequência e produção por classe de diâmetro, para povoamentos de *Eucalyptus saligna* Smith. Viçosa, MG, U.F.V., 81p. (Tese M.S.).
- Lohrey, R. E. 1984. Stem volume, and taper equations for slash pine in de West Gulf Region . Paper presented at the Third Biennial Southern Silvicultural Research Conference, Atlanta, Georgia, November 7-8,
- Paula Neto, F. 1977. Tabela volumétrica com e sem casca para *Eucalyptus saligna*.Smith. Revista Árvore, 1(1):31-53.
- Trevizol Jr., T.L. 1985. Análise de um modelo compatível de crescimento e produção em plantações de *Eucalyptus grandis* (W.Hill ex-Maiden). Viçosa, MG, U.F.V., 74p. (Tese M.S.).

