

# Ecuación de volumen para el género *Quercus* en la región noroeste de Chihuahua, México

*Volume equation for Quercus genus in the northwest region of Chihuahua, Mexico*

Pompa Garcia, M<sup>1</sup>; R. Solis Moreno<sup>2</sup>

Recibido en noviembre de 2007; aceptado en agosto de 2008

## RESUMEN

El *Quercus* es una de las especies ampliamente distribuida en el noroeste de Chihuahua; sin embargo en esa región, se carece de estudios de estimaciones volumétricas precisas y fundamentadas estadísticamente, por lo cual éste trabajo tuvo como objetivo generar una ecuación de volumen comercial y total que garantice su aplicación operativa. Para ello se ajustaron cinco modelos a datos de 298 árboles procedentes de labores de aprovechamiento. El ajuste se realizó mediante mínimos cuadrados ordinarios, incluyendo la verificación de los supuestos básicos del modelo de regresión.

El modelo polinomial de Rentería (1995) proporcionó los mejores resultados para predecir el ahusamiento y mediante su integración matemática se generó una ecuación que estima volumen comercial y total. Se concluye que las ecuaciones generadas constituyen una herramienta fundamental para su aplicación en los inventarios forestales, que asegura su implementación y además cumple con un sólido sustento estadístico, por lo que también se recomienda su implementación en otras localidades con las adaptaciones propias a las que haya lugar.

**Palabras clave:** Ahusamiento; Volumen comercial y total; *Quercus*.

## ABSTRACT

*Quercus* genus is widely distributed in Chihuahua northwest region. Nowadays however, there are not studies of precise volumetric estimations and with the proper statistical accuracy. So, the objective of this study was to develop an equation to predict merchantable and total volume, which guarantees its operative application. For this, five taper models were fitted to data of 298 samples fallen trees during harvesting labors, using ordinary least squares, including assumptions of regression analysis verification. The Rentería polynomial model (1995) showed the best outcomes for predicting trees diameters along the stem. Integration of the taper equations provides volumes within sections of the bole. The generated model is therefore recommended as an essential tool for forest inventories, assuring statistical accuracy in its application. Because of this, its implementation is also recommended in other regions with the proper modifications.

**Keywords:** Taper; Merchantable and total volume; *Quercus*.

## 1. INTRODUCCION

Los encinos forman uno de los grupos taxonómicos más numerosos e importantes en México, donde existen cerca de 200 especies de las 400 reportadas en el mundo (Rzedowski, 1978). Particularmente el Estado de Chihuahua los encinares ocupan 4.598,454 has (SEMARNAT, 2005), que mediante su aprovechamiento constituyen una fuente de ingreso importante para los silvicultores de la región. Sin embargo, su conocimiento veraz en términos de las estimaciones volumétricas de este género está limitado por la escasez de reportes en la región de estudio. El ajuste de funciones de volumen para árboles individuales constituye una alternativa de cuantificación confiable. A través de un mayor y mejor uso de metodologías estadísticas, particularmente de los procedimientos de regresión y de la modelación matemática,

<sup>1</sup> Facultad de Ciencias Forestales. UJED, México. E-mail: mpgarcia@ujed.mx.

<sup>2</sup> Instituto de Silvicultura e Industria de la Madera. UJED. México. E-mail: rsolis@ujed.mx.

dichas ecuaciones han permitido alcanzar considerables reducciones de costos, sin tener que disminuir la precisión de los estimadores en la búsqueda de optimizar la distribución de productos forestales maderables previo a su industrialización.

Existen numerosos esfuerzos para modelar el ahusamiento de los fustes y por ende su volumen comercial; en los últimos treinta años se han estudiado desde los modelos más simples de ahusamiento (Kozak *et al.* 1969; Ormerod, 1973; Hilt, 1980), modelos polinomiales (Bruce *et al.* 1968; Max and Burkhart, 1976; Cao *et al.* 1980), modelos hiperbólicos (Wabo *et al.* 2002), modelos geométricos y trigonométricos (Parresol y Tomas, 1996; Fang y Bailey, 1999; Zhang *et al.* 2002; Bi, 2000) y recientemente funciones Spline (Trincado y Sandoval 2002). Sin embargo, Newnham (1998) menciona que al menos hay dos razones para continuar con el estudio de este tema: 1) hasta hoy no existe una teoría que explique adecuadamente la variación de la forma del fuste para todos los árboles y 2) las ecuaciones de ahusamiento pueden ser una herramienta eficiente para estimar tanto volumen comercial, como volumen total. Así Clutter (1980) notó que para una ecuación dada de volumen comercial, ésta intrínsecamente definía una función de ahusamiento, lo que a su vez mediante integración matemática posibilita obtener una ecuación de volumen total compatible. Además, las mayores experiencias se han desarrollado sobre las coníferas, por lo que se hace imperativo contar con una herramienta que estime volúmenes comerciales y totales, fundamentada en procedimientos estadísticos rigurosos para garantizar su aplicación operativa de acuerdo a las exigencias que marca la legislación forestal vigente.

Por lo anteriormente señalado, éste trabajo tuvo como objetivo generar ecuaciones de volumen comercial y total para el género *Quercus* en los bosques de la región Noroeste de Chihuahua, México.

## 2. MATERIALES Y METODOS

### 2.1. Descripción del área de estudio

El área de estudio correspondió a la región noroeste del Estado de Chihuahua, cuya superficie es de 251.960 hectáreas y se encuentra ubicada entre los meridianos 108°15' y 108°45' al Oeste del meridiano de Greenwich, entre los paralelos 28°45' y 30°00' de latitud Norte. Políticamente se encuentra situada en los municipios de Madera y Casas Grandes, enclavada en lo alto de la Sierra Madre Occidental, siendo terrenos bastante accidentados con elevaciones y depresiones muy irregulares. La vocación del uso del suelo es forestal; el bosque de esta región está compuesto por vegetación arbórea principalmente de las regiones de clima templado y semifrío con diferentes grados de humedad; por lo común los géneros presentes son: *Pinus*, *Quercus*, *Pseudotsuga*, *Juniperus*, entre otros (SEMARNAT, 2005).

### 2.2. Descripción de los datos

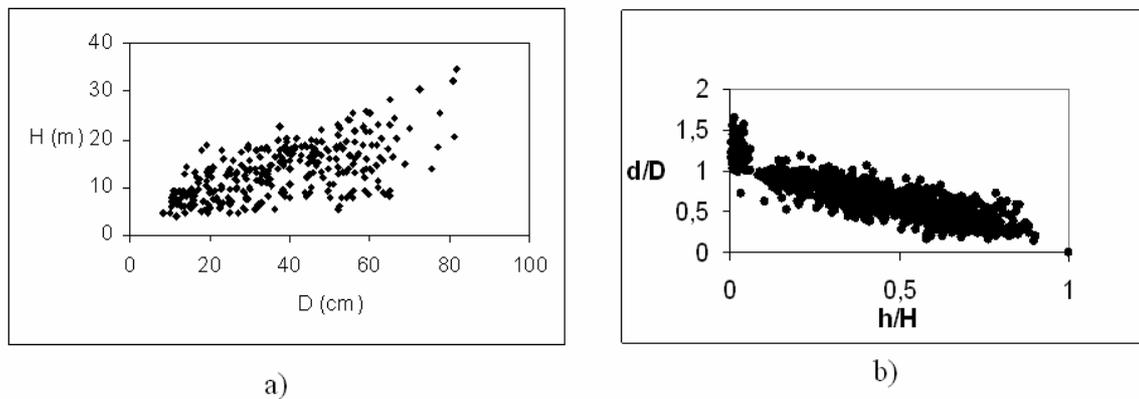
Se tomó una muestra de 298 árboles, los cuales fueron seleccionados de manera aleatoria para representar todas las calidades de estación del área de estudio así como también la distribución de los árboles en términos de clases de diámetro y altura (Figura 1a). La toma de datos de campo se realizó mediante un muestreo destructivo aprovechando las áreas de corta, para lo cual se midieron las siguientes variables: diámetro normal con corteza ( $D$ , en cm), altura total ( $H$ , en m), diámetro sin corteza ( $d$ , en cm) para cada sección a la altura que se encuentra con respecto al suelo ( $h$  en cm), además del grosor de corteza correspondiente (en cm). Las mediciones de cada sección se hicieron a partir del tocón cada 8 pies para la primera troza y cada 4 para las subsecuentes.

Los datos consistieron en 1646 pares de diámetro ( $d$ ) y altura ( $h$ ) distribuidos a lo largo del tronco. La Tabla 1 muestra un resumen de las estadísticas descriptivas de los árboles utilizados.

**Tabla 1.** Estadísticas descriptivas de los árboles utilizados.

Variable	No. de obs.	Media	Desviación estándar	Máximo	Mínimo
$D$	298	40,9	17,1	81,5	8,2
$d$	1646	25,2	19,5	109,5	0
$H$	298	14,9	5,7	34,75	4,0
$h$	1646	7,1	5,6	34,75	0,1

La Figura 1b representa las alturas relativas ( $h/H$ ) frente a los diámetros relativos ( $d/D$ ) de cada sección medida del tronco. La amplitud de los datos refleja la magnitud de la forma de los árboles que conformaron la muestra utilizada.



**Figura 1.** (a) Dispersión de observaciones diámetro normal - altura. (b) Dispersión de alturas relativas respecto a diámetros relativos de los 298 árboles utilizados en el ajuste de las ecuaciones de ahusamiento.

### 2.3. Ecuaciones probadas

Para modelar el perfil de los árboles con datos provenientes de la muestra del área de estudio, se probaron cinco modelos cuyas expresiones corresponden a ecuaciones lineales y no lineales (Tabla 2) y que han sido reportados en la literatura como bondadosos para modelar el perfil fustal (Pompa, 1997; Rentería, 1995; Nívar *et al.*, 1997).

**Tabla 2.** Modelos seleccionados para comparación y obtención de la ecuación de ahusamiento.

Nro.	Autor	Modelo
(1)	Bennet y Swindel (1972)	$d = \beta_1 \cdot D \cdot \frac{H-h}{H-1.3} + \beta_2 \cdot (H-h) \cdot (h-1.3) + \beta_3 \cdot H(H-h) \cdot (h-1.3) + \beta_4 \cdot (H-h) \cdot (h-1.3) \cdot (H+h+1.3)$
(2)	Bi (2000)	$d = D \frac{\left[ \ln \operatorname{sen} \left( \frac{\pi}{2} \cdot \frac{h}{H} \right) \right]^{\beta_0 + \beta_1 \cdot \operatorname{sen} \left( \frac{\pi}{2} \cdot \frac{h}{H} \right) + \beta_2 \cdot \cos \left( \frac{3 \cdot \pi}{2} \cdot \frac{h}{H} \right) + \beta_3 \cdot \frac{\operatorname{Sen} \left( \frac{\pi}{2} \cdot \frac{h}{H} \right)}{h} + \beta_4 \cdot D + \beta_5 \cdot \frac{h}{H} \cdot \sqrt{D} + \beta_6 \cdot \frac{h}{H} \cdot \sqrt{H}}{\left[ \ln \operatorname{sen} \left( \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1.3}{H} \right) \right]}$
(3)	Clutter (1980)	$d = \beta_0 \cdot D^{\beta_1} \cdot H^{\beta_2} \cdot (H-h)^{\beta_3}$
(4)	Biging (1984)	$d = D \left[ \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln \left[ 1 - \left( 1 - \exp \left( \frac{\beta_0}{\beta_1} \right) \right) \cdot \left( \frac{h}{H} \right)^{1/3} \right] \right]$
(5)	Rentería (1995)	$d = D \cdot \sqrt{\beta_0 \left( \frac{H-h}{H} \right) + \beta_1 \left( \frac{H-h}{H} \right)^2 + \beta_2 \left( \frac{H-h}{H} \right)^3}$

Donde:

$d$ = diámetro sin corteza que se alcanza a la altura  $h$ , en cm.

$h$ = altura desde la base del árbol hasta donde se alcanza el diámetro  $d$ , en m.

$D$ = diámetro normal con corteza, en cm.

$H$  = Altura total del árbol, en m.

$\beta_i$  = Coeficientes de regresión a determinar mediante el ajuste

Todos los modelos probados cumplen con la condición de que  $d=0$  cuando  $H=h$  y pueden ser usados para predecir diámetros ( $d$ ) a cualquier altura del trozo ( $h$ ), y volumen entre dos diámetros o alturas del tronco.

#### 2.4. Ajuste y comparación de los modelos

El ajuste de los modelos se realizó por el método de mínimos cuadrados ordinarios, empleando el programa estadístico SAS/STAT® (SAS Institute Inc., 2004).

Al ajustar modelos de ahusamiento mediante el análisis de regresión es común asumir ciertos supuestos básicos que de no corregirse provocarían dificultades en la predicción. Según Kozak (1997) de estos inconvenientes, la colinealidad, la heterocedasticidad y la autocorrelación son los más importantes. Por tanto, en este trabajo se utilizaron los valores de la prueba del índice de condición factorial "IFC" (Gujarati, 2004), la prueba de Park "P" (Park, 1966), y estadístico de Durbin y Watson "DW" (Durbin y Watson, 1951), para evidenciar que la estimación final de los parámetros no estuviera afectada por los problemas respectivos.

Los criterios empleados para juzgar la bondad de ajuste de los modelos se basaron en un análisis numérico y gráfico de los residuos. El análisis numérico consistió en la comparación de cuatro estadísticos utilizados con frecuencia en la modelación forestal: el sesgo, la raíz del error medio cuadrático, el coeficiente de determinación ajustado y el índice de comparación. Sus expresiones son:

Sesgo	$\bar{E} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) / n$
Raíz del error medio cuadrático	$REMC = \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n - p)}$
coeficiente de determinación ajustado	$R_{adj}^2 = 1 - (n - 1) \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n - p) \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2$
Índice de comparación	$IC = \text{Max} \frac{\text{Max} \left  \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right  + \text{Max} \left  \frac{y_i - \hat{y}_i}{h_i} \right }{n}$

donde:

$y_i$ ,  $\hat{y}_i$  y  $\bar{y}$  son el valor observado, predicho y medio de la variable dependiente, respectivamente;  $n$  es el número total de observaciones usadas para ajustar el modelo; y  $p$  es el número de parámetros del modelo;  $Max$  representa la máxima diferencia absoluta entre diámetros observados y estimados por árbol;  $h_i$  es altura donde se presenta la máxima diferencia.

El  $IC$  considera las máximas diferencias que indican el peor ajuste del modelo en cada árbol, y se pondera por el diámetro y la altura donde se presenta esa diferencia, considerando que una diferencia dada no tiene el mismo efecto si se presenta en la base, en la mitad o en la punta del fuste. Es así como valores menores de  $IC$  indican mayor precisión del modelo, y por ende en la estimación de diámetros a diferentes alturas del fuste.

Para el análisis gráfico se examinaron diferentes representaciones de los datos experimentales y los residuos después del ajuste de los modelos. Estos gráficos representan una herramienta muy importante en selección de un modelo ya que permiten detectar errores o comportamientos anormales (Rawlings, 1988; Neter *et al.*, 1990).

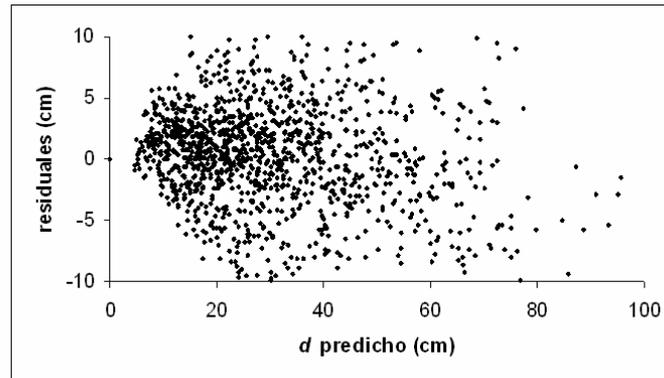
### 3. RESULTADOS Y DISCUSION

La Tabla 3 presenta los valores de los parámetros estimados y los estadísticos del ajuste de los modelos. Todas las estimaciones de los parámetros resultaron ser significativas, a excepción del modelo de BI. De acuerdo a los resultados de la Tabla 3, todos los modelos explican de manera adecuada el perfil del árbol; sin embargo, contrastando los modelos en base al valor más bajo del  $IC$ , el modelo de Rentería (1995) resultó ser el que presenta las mejores estimaciones ya que su  $\bar{E}$  es bajo y explica 90% de la varianza del diámetro ( $d$ ); además este modelo no presentó problemas de colinealidad severa como lo demuestra el índice de condición factorial cuyo valor fue de 4.36.

**Tabla 3.** Comparación del ajuste de modelos de ahusamiento (con  $Pr > |t| < 0.0001$ ).

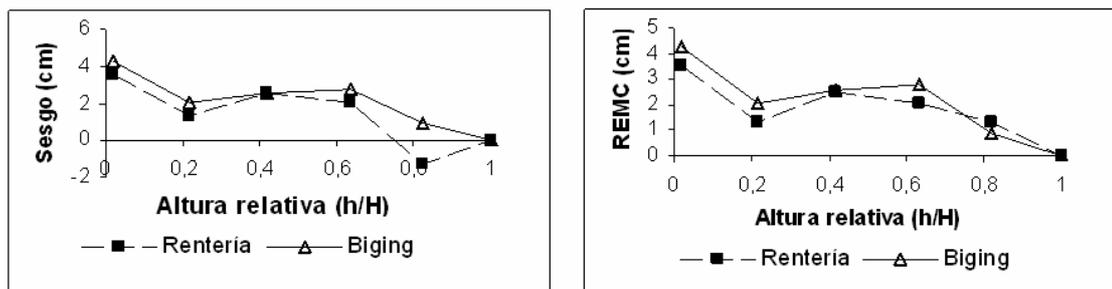
Modelo	Parámetro	estimación	Error estándar	Estadísticos del ajuste						
				$\bar{E}$	REMC	$R^2_{adj}$	IC			
(1) Bennet y Swindel (1972)	$\beta_0$	1,043745	0,00453							
	$\beta_1$	-0,00261	0,00037	0,5196	4,84	0,938	0,4579			
	$\beta_2$	-0,00015	0,00001							
	$\beta_3$	0,000094	0,00008							
$\beta_0$	0,32334	0,1972								
(2) Bi (2000)	$\beta_1$	0,023467	0,1001							
	$\beta_2$	-0,08034	0,0255							
	$\beta_3$	-0,02321	0,1212	0,1054	5,24	0,906	0,4047			
	$\beta_4$	0,000858	0,0005							
	$\beta_5$	-0,00680	0,0136							
	$\beta_6$	-0,03232	0,00974							
$\beta_0$	1,526237	0,0800								
(3) Clutter (1980)	$\beta_1$	0,951942	0,0155					0,158	5,66	0,890
	$\beta_2$	-0,97595	0,0193							
	$\beta_3$	0,934343	0,0143							
(4) Biging (1984)	$\beta_0$	1,311067	0,00845	1,4268	4,84	0,938	0,3991			
	$\beta_1$	0,592941	0,0139							
(5) Rentería (1995)	$\beta_0$	0,856092	0,0573							
	$\beta_1$	-1,52507	0,1905	0,2497	5,25	0,906	0,3848			
	$\beta_2$	2,085509	0,1462							

Con relación a la heterocedasticidad, el gráfico de los residuos frente a los valores predichos por el modelo (Figura 2) y la prueba de Park (1966) evidenciaron que existe igualdad de varianza y que no hay relación estadísticamente significativa de los residuales con las variables explicatorias ( $R^2=0,0095$ ). Complementariamente y de acuerdo al estadístico de Durbin y Watson, la autocorrelación serial de los residuos de este modelo es también baja ( $DW=1,3536$ ).



**Figura 2.** Gráfico de residuos frente a valores predichos del modelo de Rentería (1995).

Aunque éstos estadísticos y sus supuestos son buenos indicadores de la bondad global de ajuste de la función de ahusamiento, es conveniente una representación gráfica por secciones relativas de altura en el árbol. Según Castedo (2003), el modelado por posición es muy importante para decidir si en realidad la función de ahusamiento debe ser recomendada, lo cual es congruente al análisis efectuado por Trincado y Sandoval (2002) para datos de *Nothofagus pumilio*. Con esa finalidad en la Figura 3, se ilustra el efecto que tiene el sesgo y el cuadrado medio del error a lo largo del fuste, para lo cual se grafican las conductas de dos modelos con mejor IC (4) y (5). La Figura 3 denota que ambos modelos tienden a subestimar el diámetro a lo largo del fuste, a excepción en la altura relativa de 0,8 donde el modelo de Rentería sobreestima la variable en estudio. En los gráficos referidos es evidente la subestimación sistemática de ambos modelos, cuya conducta es similar y sólo se discriminan por que (5) tiene una mejor estimación del perfil en la parte basal donde se sitúa la mayor parte del volumen comercial; bajo este criterio de operatividad práctica se considera en definitiva a éste modelo como el que mejor predice diámetros a diferentes alturas del fuste y por ende el que mejor describe el ahusamiento del género *Quercus* de la región de estudio. Nótese sin embargo que los mayores problemas de eficiencia predictiva se presentan en la base, situación que es consistente con los resultados encontrados por Wabo (2002) cuando ajustó un modelo polinomial a clones de una caducifolia en la República de Argentina.



**Figura 3.** Comportamiento del sesgo y el REMC a lo largo del fuste para las funciones de ahusamiento de Biging (1984) y Rentería (1995).

En base a los resultados discutidos, la ecuación de ahusamiento definida para la especie en estudio, se presenta a continuación (7). En dicha expresión queda implícito el índice de esbeltez del fuste ( $H/D$ ), mediante su inverso, es decir,  $D/H$ , como una medida de la proporcionalidad de esas dimensiones. Además, para cuando  $h=H$ , el diámetro estimado es cero, como lo indica la suma de sus coeficientes, cumpliendo satisfactoriamente con esta propiedad.

$$d = D \cdot \sqrt{0,856092 \left( \frac{H-h}{H} \right) + -1,52507 \left( \frac{H-h}{H} \right)^2 + 2,085509 \left( \frac{H-h}{H} \right)^3} \quad (7)$$

### 3.1. Generación de ecuaciones de volumen

La estimación de volúmenes totales de árboles, generalmente se realiza mediante ecuaciones de volumen, sin embargo, es creciente la necesidad de estimar volúmenes comerciales, es decir, el contenido maderable desde el tocón hasta un diámetro o altura límite en el fuste. Cuando las ecuaciones para estimar diferentes volúmenes comerciales son ajustadas independientemente, a menudo producen estimaciones inconsistentes para un sólo árbol. Ya que el perfil del fuste afecta de manera considerable los volúmenes comerciales, las ecuaciones de ahusamiento toman relevancia, pues al ser integradas, pueden ser usadas para predecir volúmenes comerciales hasta cualquier punto del fuste o diámetro mínimo límite (Cao *et al.*, 1980). Una ecuación de ahusamiento compatible cuando es integrada genera estimaciones de volumen total idénticas a las obtenidas por una ecuación de volumen existente (Demaerschalk, 1972; Avery y Burkhart, 1983).

Con base en los razonamientos anteriores, se procedió a integrar la ecuación de ahusamiento obtenida, a fin de generar una ecuación que tenga la flexibilidad de estimar tanto volúmenes comerciales a alturas límite o cualquier segmento del fuste, como volúmenes totales por árbol. Las ecuaciones resultantes se presentan a continuación. Nótese que la ecuación resultante de volumen total tienen la forma  $V = \beta (D^2 H)$ , es decir con el volumen del factor de forma constante, logrando así compatibilidad con la ecuación de volumen del coeficiente mórfico constante, que es lo deseable.

$$v = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot \left[ 0,856092 \cdot \left( \frac{H^3 - (H-h)^3}{3H^2} \right) - 1,52507 \cdot \left( \frac{H^4 - (H-h)^4}{4H^3} \right) + 2,085509 \cdot \left( \frac{H^5 - (H-h)^5}{5H^4} \right) \right] \quad (8)$$

$$V = 0,25226855 \cdot D^2 \cdot H \quad (9)$$

Lo anterior concuerda con el análisis efectuado por Barrio *et al* (2004) para encinares de Galicia, donde los mejores resultados se han encontrado en expresiones del tipo “ $D^2H$ ”, la cual tiene implícito un efecto combinatorio que permite que las estimaciones de volumen sean precisas e inesgadas. Por otro lado, y de acuerdo al valor de la constante en (9), el coeficiente mórfico corresponde a 0,32 mismo que está dentro de los valores observados para este género (Tapia, 2002).

## 4. CONCLUSIONES

De los seis modelos de ahusamiento probados para describir el perfil del trozo del género *Quercus* en la parte Noroeste del Estado de Chihuahua, el modelo de Rentaría (1995) fue el que presento la mejor capacidad predictiva. Este modelo puede ser usado confiablemente para predecir el diámetro a cualquier altura del trozo y la altura a cualquier diámetro del mismo. Dicho modelo tiene la importante ventaja de ser una función de ahusamiento compatible con la ecuación de volumen existente para el área de estudio. La ecuación generada en este trabajo constituye una herramienta fundamental para su aplicación en los inventarios forestales en la región de estudio, y que por su simplicidad asegura su implementación operativa y además

cumple con un sustento estadístico sólido, por lo que también se recomienda su aplicación en otras regiones similares, con las adaptaciones locales a las que haya lugar.

## AGRADECIMIENTOS

Se reconoce el apoyo otorgado por la dirección técnica del Ejido “El Largo y Anexas”, quienes motivados por generar una herramienta actualizada para sus inventarios forestales, apoyaron en la disposición de datos utilizados en el presente estudio.

## 5. REFERENCIAS

- Avery, T. E. and H. E. Burkhart. 1983. “Forest measurements”. McGraw-Hill Co. USA. 330 p.
- Barrio A. M.; G. J. G. Alvarez y H. I. Díaz-Maroto. 2004. “Elaboración de una tarifa con clasificación de productos para "*Quercus robur*" L. en Galicia basada en un modelo de volumen porcentual”. Investigación agraria. Sistemas y recursos forestales, ISSN 1131-7965, Vol. 13, N° 3: 506-517
- Bi, H. 2000. “Trigonometric variable-form taper equations for Australian eucalyptus”. For. Sci. 46(3):397-409.
- Biging, G. S. 1984. “Taper equations for second-growth mixed conifers of Northern California”. For. Sci., 30(4):1103-1117.
- Bruce, D.; R. O. Curtis and C. Vancoevering. 1968. “Development of system and taper volume tables for red alder”. For. Sci. 14: 339-350.
- Cao, Q. V.; H. E. Burkhart and T. A. Max. 1980. “Evaluation of two methods for cubic-volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit”. For. Sci. 26(1):71-80.
- Castedo, D. F. 2003. “Modelo dinámico de crecimiento para las masas de *Pinus radiata* D. Don en Galicia”. Tesis doctoral. Universidad de Santiago de Compostela, España. 297.
- Clutter, J. L. 1980. “Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations”. For. Sci. 26, 117-120.
- Corral-Rivas J.; U. Diéguez-Aranda; R. S. Corral; D. F. Castedo. 2007. “A merchantable volume system for major pine species in El Salto, Durango (Mexico)”. Forest Ecology and management 238, 118-129.
- Corral, R. S.; J. J. Návar; S. F. Fernández. 1999. “Ajuste de funciones de ahusamiento a los perfiles fustales de cinco pináceas de la región de El Salto, Durango”. Madera y Bosques 5, 53-65.
- Demaerschalk, J. P. 1972. “Converting volume equations to compatible taper equations”. For. Sci. 18(3):241-245.
- Durbin, J. and G. S. Watson. 1951. “Testing for serial correlation in least squares regression”. Biometrika, Vol. 38, pp. 159-177.
- Fang, Z. and Bailey. 1999. “Compatible Volume and taper models with coefficients for tropical species on Hainan Island in southern China”. For. Sci. 45: 85-100.
- Gujarati, D. 2004. “Econometría”. McGraw Hill Interamericana de México, Méx. DF. 972 p.
- Hilt, D. E. 1980. “Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations”. For. Sci. 26: 117-120.
- Kozak, A.; D. D. Munro and J. H. G. Smith. 1969. “Taper functions and their application in forest inventory”. For. Chron. 45(4):278-283.
- Kozak, A. 1997. “Effects of multicollinearity and autocorrelation on the variable-exponent taper functions”. Can. J. For. Res. 27, 619-629.
- Max, T. A. and H. E. Burkhart. 1976. “Segmented polynomial regression applied to taper equations”. For. Sci. 22(3):283-289.

- Návar, J.; P. A. Domínguez. 1997. "Ajuste de modelos de volumen y funciones que describen el perfil diamétrico de cuatro especies de pino plantadas en el Noroeste de México". Invest. Agrar.: Sist. Recur. For., Vol. 6 (1-2): 147-163.
- Neter, J.; W. Wasserman and M. Kutner. 1990. "Applied Linear Statistical Models". 3<sup>rd</sup> edn. Irwin, Homewood, IL.
- Newnham, R. M. 1998. "A variable-form taper function". Petawawa Nt. For. Inst. Information Rep. PI-X-83, 33p.
- Ormerod, D. W. 1973. "A simple bole model". For. Chron. 49: 136-138.
- Parresol, B. R. and C. C. Tomas. 1996. 2A simultaneous density-integral system for estimating stem profile and biomass: Slash pine and Willow Oak". Can J. For. Res. 26: 773-781.
- Park, R. E. 1966. "Estimation with heterocedastic error terms". Econometrica, vol 34, no 4, p. 888.
- Pompa, G. M. 1997. "Sistema de cubicación para el género *Pinus* en la UCODEFO # 7. "Norogachi-Guachochi", Chihuahua". Tesis de Maestría. Colegio de Postgraduados, Montecillos, Méx. 105 p.
- Rawlings, J. O. 1988. "Applied Regression Analysis –A Research Tool". Wadsworth, Belmont, CA.
- Rentería, A. J. B. 1995. "Sistema de cubicación para *Pinus cooperi* blanco mediante ecuaciones de ahusamiento en Durango". Tesis de Maestría en Ciencias. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Méx. 77 p.
- Rzedowski, J. 1978. "Vegetación de México". Editorial Limusa. México. 314 p.
- SAS Institute Inc 2004. SAS/ETS® 9.1 User's Guide. SAS Institute Inc., Cary, NC.
- Semarnat, 2005. "Control técnico de aprovechamientos". Listado electrónico. Delegación federal de Chihuahua. Subdelegación de gestión para la protección ambiental y recursos naturales.
- Tapia, F. 2002. "Estudio de crecimiento y producción de las masas de *Quercus robur* L. en los municipios de Baleira, Castroverde y Pol (Lugo)". Proyecto fin de carrera. Universidad de Santiago de Compostela (inédito).
- Trincado, G. y G. Sandoval. 2002. "Algoritmos para la estimación de volúmenes comerciales". Quebracho. Revista de Ciencias Forestales, Nro. 9. Universidad Nacional de Santiago del Estero. Santiago del Estero, Argentina. pp. 106-114
- Wabo, E.; J. Marquina; R. Bratovich. 2002. "Modelos de perfil de fuste para clones comerciales de *Populus deltoides* Marsh en la zona continental de la provincia de Buenos Aires". Quebracho. Revista de Ciencias Forestales, Nro. 9. Universidad Nacional de Santiago del Estero. Santiago del Estero, Argentina. pp. 83-94
- Zhang, L.; L. Peng; S. Huang and X. Zhou. 2002. "Development and evaluation of ecoregion-based tree height-diameter models for jack pine in Ontario". For Chron. 78, 530-538.

